

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTRUTURA MISTA FIR-IIR ADAPTÁVEL PARA IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL DE  
SISTEMAS COM RESPOSTA AO IMPULSO DE LONGA DURAÇÃO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO  
DE GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

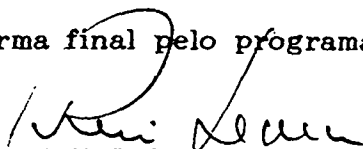
NORBERTO BAÚ

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO - 1991

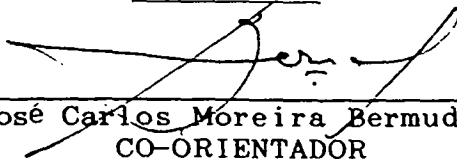
ESTRUTURA MISTA FIR-IIR ADAPTÁVEL PARA IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL  
DE SISTEMAS COM RESPOSTA AO IMPULSO DE LONGA DURAÇÃO

NORBERTO BAÚ

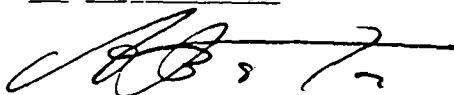
Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Especialidade Engenharia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação.



Prof. Rui Seara, Dr. Ing.  
ORIENTADOR

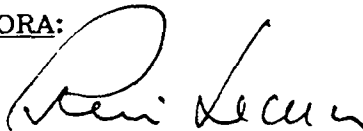


Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph. D.  
CO-ORIENTADOR



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat  
COORDENADOR DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA

BANCA EXAMINADORA:



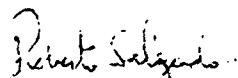
Prof. Rui Seara, Dr. Ing.  
PRESIDENTE



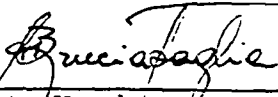
Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph. D.



Prof. João Marcos Travassos Romano, Dr.



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.



À minha família,

Anselmo Jandir Baú

Dines I. Martinelli Baú

Carlos Domingos Baú/ Zelanir R. Baú

Celso Baú

À minha namorada, Lê.

## A G R A D E C I M E N T O S

Aos professores Rui Seara e José Carlos Moreira Bermudez pela valiosa ajuda prestada na orientação deste trabalho.

À CAPES e CNPQ pelo apoio financeiro.

À FINEP pelo suporte financeiro e material.

Ao LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELETRÔNICA (LINSE) do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC onde foi desenvolvido este trabalho.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente para tornar possível a realização deste trabalho.

## Í N D I C E

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	ix
RESUMO.....	x
ABSTRACT.....	xi
 <u>CAPÍTULO 1</u> - INTRODUÇÃO.....	 01
 <u>CAPÍTULO 2</u> - A NOVA ESTRUTURA PROPOSTA - <i>ESTRUTURA MISTA FIR-IIR</i> <i>ADAPTÁVEL</i> .....	  11
2.1 - Introdução.....	11
2.2 - Algumas Considerações Sobre Filtragem Adaptável.....	11
2.3 - Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável.....	14
2.4 - Implementação da Estrutura FIR Adaptável.....	16
2.5 - Conclusões.....	21
 <u>CAPÍTULO 3</u> - PROJETO DE FILTROS DIGITAIS IIR (ARMA) COM ESPECIFICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO ("n").....	  23
3.1 - Introdução.....	23
3.2 - Critérios de Erro.....	24
3.3 - A Nova Técnica Proposta de Modelagem de Filtro.....	28
3.4 - Avaliação da Técnica Proposta.....	38
3.5 - Conclusões.....	44

<u>CAPÍTULO 4</u> - AVALIAÇÃO DA ESTRUTURA ADAPTÁVEL PROPOSTA APLICADA A UM	
PROBLEMA DE CANCELAMENTO DE ECOS.....	45
4.1 - Introdução.....	45
4.2 - Ecos em Sistemas de Comunicações.....	46
4.3 - Projeto da Estrutura Mista Proposta.....	51
4.4 - Resultados Obtidos.....	54
4.5 - Conclusões.....	59
 <u>CAPÍTULO 5</u> - CONCLUSÕES.....	 60
 BIBLIOGRAFIAS REFERENCIADAS.....	 64

## LISTA DE FIGURAS

1.1 - Modelo de Sistema Adaptável.....	02
1.2 - Configuração para Identificação de Sistemas.....	02
1.3 - Configuração do Filtro IIR Adaptável.....	03
1.4 - Configuração do Filtro Adaptável FIR Transversal.....	05
1.5 - Estrutura do Método do Erro da Equação.....	07
2.1 - Operação da Estrutura FIR de Acordo Com o Número de Coeficientes.....	12
2.2 - Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável.....	15
2.3 - Filtragem e Atualização dos Coeficientes da Estrutura FIR Operando em Regime "off-line".....	18
3.1 - Estrutura Básica do "Erro do Filtro Inverso".....	26
3.2 - Estrutura Utilizada Para a Comparação das Diferentes Técnicas.....	41
4.1 - Representação Esquemática de Uma Híbrida.....	46
4.2 - (a) Esquema de Um Sistema de Transmissão e Recepção; (b) Fluxo do Sinal; (c) Eco Local; (d) Eco Remoto; (e) Eco do Ouvinte;.....	47
4.3 - Níveis dos Sinais Envolvidos.....	49
4.4 - Resposta em Frequência do Caminho do Eco Local.....	50
4.5 - Identificação do Caminho do Eco ("off-line").....	51
4.6 - Cancelamento de Ecos em Tempo Real.....	52
4.7 - Identificação Quantizada do Caminho do Eco (Operação "off-line")	54
4.8 - Cancelamento de Ecos em Tempo Real Quantizado.....	55



L I S T A   D E   T A B E L A S

3.1 - Número de Multiplicações.....	41
3.2 - Erro Médio Quadrático de Saída.....	43
4.1 - Erros Médios Quadráticos em Função do Número de Bits.....	56
4.2 - Precisão das Técnicas Comparadas em Função do Número de Bits..	58

## RESUMO

Estruturas adaptáveis empregando filtros FIR e IIR são as mais utilizadas em aplicações de identificação de sistemas. No entanto, problemas associados à atualização dos coeficientes, mais especificamente escolha do fator de convergência e estabilidade, e, a complexidade computacional requerida para identificar em tempo real sistemas com resposta ao impulso de longa duração podem dificultar o emprego tanto das estruturas IIR quanto das estruturas FIR, respectivamente.

Neste trabalho é proposta uma nova estrutura adaptável para identificar em tempo real sistemas com resposta ao impulso de longa duração. Esta nova estrutura combina convenientemente as vantagens operacionais inerente às estruturas FIR e IIR.

É também proposta uma nova técnica eficiente de modelagem de filtros a qual possibilita a obtenção dos coeficientes do filtro IIR a partir dos coeficientes do filtro FIR, viabilizando, desta forma, a operação eficaz da nova estrutura adaptável.

São apresentados resultados computacionais que confirmam o bom desempenho da estrutura adaptável proposta, como também da nova técnica de modelagem de filtros.

## A B S T R A C T

Classical FIR and IIR adaptive structures are frequently employed in system identification applications. However, the employment of such structures in real time identification of systems with long impulse responses usually leads to problems related to the updating of the filter coefficients, more specifically the choice of the convergence factor, the stability and the computational complexity.

In this work, a new adaptive structure is proposed for the real time identification of systems with long impulse responses. The new structure combines the inherent advantages of the classical IIR and FIR structures.

In order to assure the practicality of the new structure for real time applications, a new ARMA filter modeling technique is also proposed. The new technique associates the inverse filter error criterion to an objective function different from the mean square value of the error. This combination leads to a very efficient FIR-to-IIR conversion involving the solution of a linear system. Moreover, the new technique requires a reduced number of multiplications when compared with previously reported results.

Computational simulation results are presented which confirm the performance of the proposed structure, as well as of the new filter modeling technique.

## C A P Í T U L O 1

### I N T R O D U Ç Ã O

São notáveis os avanços obtidos nos últimos anos na área de microeletrônica, particularmente no que se refere à densidade de integração (VLSI). Estes avanços permitiram que se colocassem à disposição, dentre outros componentes, poderosos processadores digitais de sinais (DSPs), que viabilizaram a realização de inúmeras aplicações, principalmente aquelas, onde é exigido o processamento em tempo real [2]. Tais facilidades aumentaram ainda mais o interesse por parte da indústria em utilizar sistemas adaptáveis na solução de problemas práticos. Sistemas adaptáveis são largamente empregados nas áreas de comunicações, radar, sonar, sismologia, mecânica, sistemas de navegação, medidas elétricas e eletrônicas, e sistemas biomédicos, entre outras [1]. Na área de comunicações, aplicações tais como cancelamento de ruído, equalização de canal e cancelamento de ecos fazem freqüentemente uso de técnicas de filtragem adaptável.

Um modelo bastante empregado de sistema adaptável é mostrado na Fig. 1.1. Este modelo é composto basicamente por dois elementos; o filtro adaptável (variante no tempo) e o algoritmo de adaptação [1,2,6]. Nesta figura,  $x(n)$  e  $\hat{d}(n)$  são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do

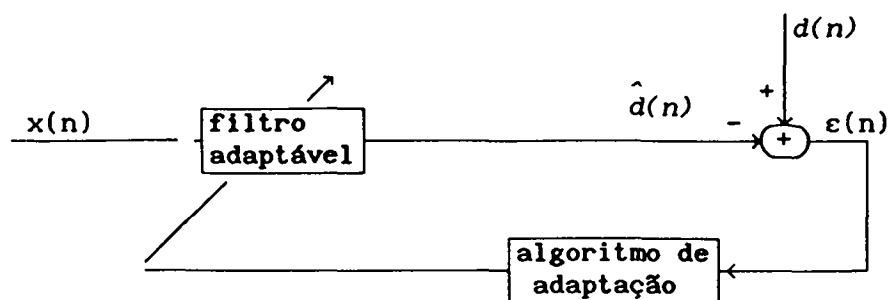


Fig. 1.1- Modelo de Sistema Adaptável

filtro adaptável,  $d(n)$  representa o sinal que se deseja estimar, e  $\epsilon(n)$  é a informação de erro utilizada pelo algoritmo de adaptação para ajustar os coeficientes do filtro adaptável. Este modelo de sistema adaptável pode ser utilizado em diferentes aplicações, tais como: predição linear, equalização, cancelamento de interferência, modelagem de sinais e sistemas e, identificação de sistemas, as quais diferem entre si pela forma com que o sinal desejado,  $d(n)$ , é obtido [1]. Em aplicações de identificação de sistemas [11] se requer que o filtro adaptável estime a função de

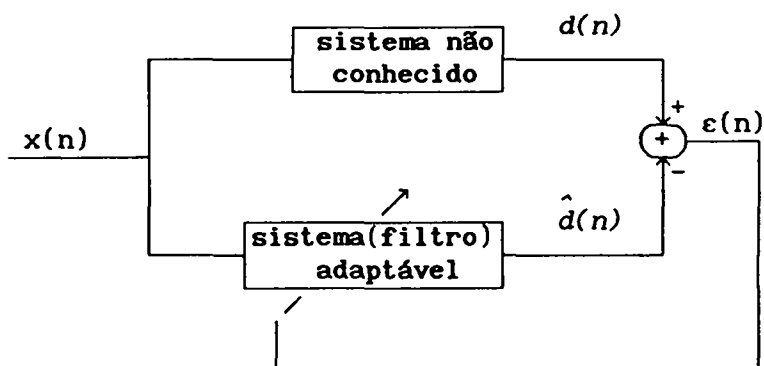


Fig. 1.2- Configuração para Identificação de Sistemas

transferência (ou a resposta ao impulso) de um sistema desconhecido [1,2,6], conforme ilustrado na Fig. 1.2. Assim, para uma mesma excitação  $x(n)$ , o sinal de saída  $\hat{d}(n)$  do filtro adaptável deve estimar, da melhor forma possível, o sinal de saída  $d(n)$  do sistema não conhecido. Isto pode ser conseguido pela minimização de uma função de desempenho baseada no sinal de erro  $\epsilon(n)$  [6]. Uma função comumente utilizada é o erro médio quadrático  $E[\epsilon^2(n)]$  (onde  $E[.]$  representa o operador esperança matemática) [1,2,6].

Dentre os vários algoritmos baseados na minimização do erro médio quadrático, o algoritmo do gradiente estocástico ou LMS ("Least Mean-Square") tem sido, na prática, o mais comumente empregado, principalmente em aplicações de tempo real [1,6,16]. A grande utilização deste algoritmo deve-se às suas características de robustez, simplicidade e reduzida complexidade computacional [1].

Quanto à implementação de filtros adaptáveis (Fig. 1.1) podem ser utilizadas estruturas IIR (resposta ao impulso infinita) ou estruturas FIR (resposta ao impulso finita) [1,2]. A Fig. 1.3 ilustra o diagrama funcional

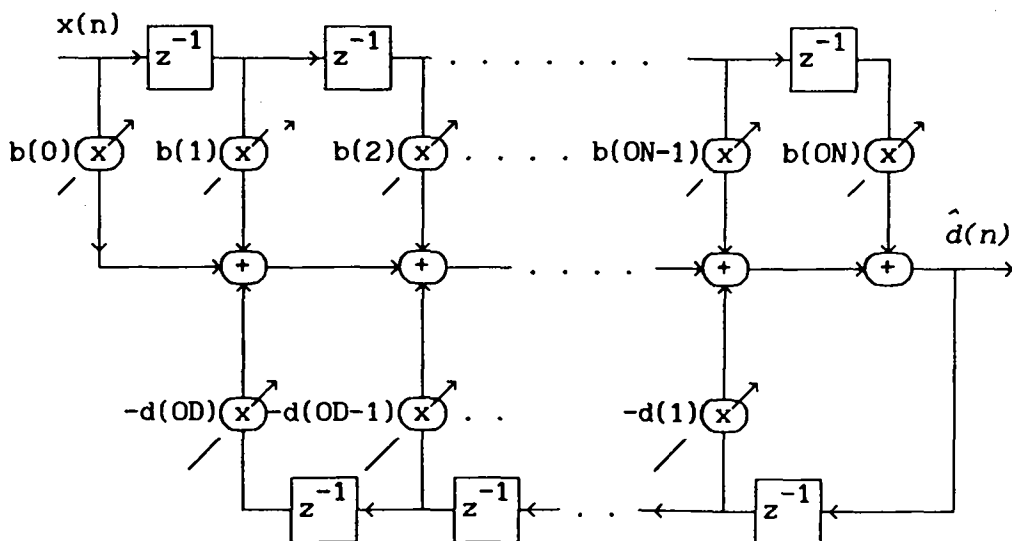


Fig. 1.3- Configuração do Filtro IIR Adaptável (para  $OD < ON$ )

de uma possível estrutura adaptável IIR. As estruturas IIR permitem a obtenção de características "bem casadas" com a função de transferência a identificar, utilizando-se filtros de ordens reduzidas. Consequentemente, a filtragem com estas estruturas requer muito poucas operações aritméticas [2]. Entretanto, no caso de filtragem adaptável utilizando o algoritmo LMS, dificuldades associadas à atualização dos coeficientes penalizam sobremaneira o desempenho das estruturas IIR. Dentre os principais problemas destas estruturas, pode-se citar:

i) Dificuldade em garantir a estabilidade do filtro durante todo o processo de convergência [1,2,5,6];

ii) O algoritmo LMS aplicado a esta estrutura pode convergir para um mínimo local, visto que a função superfície de desempenho pode ser multimodal (pois,  $\varepsilon(n)$  é uma função não linear dos coeficientes) [1,2,7];

iii) Frequentemente torna-se necessário estabelecer um novo fator de convergência a cada iteração para o algoritmo LMS, ou seja um algoritmo de passo variável (pois, de um modo geral um valor fixo para o fator de convergência em todas as iterações pode levar a situações indesejáveis como, por exemplo, a não convergência do algoritmo) [18];

iv) O algoritmo de adaptação aplicado a uma estrutura IIR tem, geralmente, velocidade de convergência mais baixa do que quando aplicado a uma estrutura FIR (pois, embora os pólos permitam após a convergência um melhor "casamento" com o sistema não conhecido, estes, durante o processo de convergência, tornam a função mais sensível, o que leva a uma redução da velocidade de convergência) [2];

Uma outra classe de estruturas, que não apresentam nenhuma destas restrições citadas anteriormente, são as FIR. A Fig. 1.4 mostra a estrutura de um filtro FIR transversal adaptável. Esta estrutura é considerada uma das

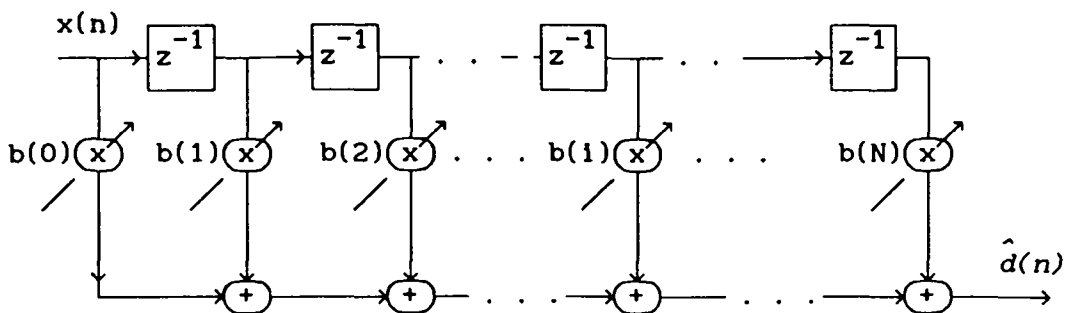


Fig. 1.4- Configuração do Filtro Adaptável FIR Transversal

mais convenientes para a filtragem adaptável e, conseqüentemente, uma das mais empregadas em aplicações práticas. Sua grande utilização deve-se ao fato de apresentar um conjunto de características altamente desejáveis, tais como:

i) O filtro é bem comportado durante todo o processo de adaptação, oferecendo garantia de estabilidade [1,2,3];

ii) O algoritmo LMS aplicado a esta estrutura converge para o mínimo global, visto que a função superfície de desempenho,  $E[\varepsilon^2(n)]$ , é unimodal ( $\varepsilon(n)$  é uma função linear dos coeficientes) [1,2,7,8,9];

iii) O fator de convergência, para o algoritmo LMS, pode ser feito fixo em todas as iterações. Utiliza-se frequentemente como valor fixo para o fator de convergência aquele que maximiza a velocidade de convergência [4].

Apesar destas características favoráveis, em sistemas desconhecidos com respostas ao impulso longas o emprego destas estruturas adaptáveis pode ser não trivial ou, até mesmo inviável. Isto porque o número de coeficientes do filtro FIR corresponde ao comprimento de sua resposta ao impulso. Assim, a identificação de sistemas com respostas longas por um filtro FIR implica,



geralmente, em complexidade computacional elevada para a realização das operações de filtragem e de atualização dos coeficientes, o que pode inviabilizar a operação em tempo real destas estruturas [2,4,15,16]. Por exemplo, quando é necessário um filtro FIR transversal com mais do que 128 coeficientes, torna-se difícil para um processador digital de sinais, com a tecnologia atualmente disponível, realizar todos os cálculos necessários dentro dos limites padrões de frequência de amostragem [2]. Isto pode ser facilmente verificado supondo-se uma aplicação com frequência de amostragem de 8kHz, o que implica em um período de 125 $\mu$ s, utilizando-se o processador digital de sinal TMS320C15-25 da Texas Instruments [39]. Tal processador despende 160ns por ciclo de instrução. A realização das operações de filtragem e de atualização dos coeficientes de um filtro FIR transversal requerem, utilizando-se estes processadores, no mínimo 6.N ciclos de instruções. Então, para N=128 são necessários 122,88 $\mu$ s para realizar estas operações, o que é praticamente o período de amostragem disponível. Então, fica evidente que para valores de N maiores do que 128 o tempo de processamento será superior ao período de amostragem.

Em função do exposto, verifica-se que sistemas adaptáveis utilizando estruturas puramente FIR ou IIR podem não oferecer definitivamente uma solução satisfatória para a identificação em tempo real de sistemas com respostas ao impulso longas. No entanto, ambas as classes de estruturas apresentam características desejáveis, as quais, aliadas convenientemente, poderiam trazer bons resultados. Recentemente, tem-se verificado um grande interesse na combinação destas duas classes de estruturas para a realização de filtros adaptáveis. Por exemplo, uma estrutura IIR configurada de acordo com a formulação do "erro da equação" [6], mostrada na Fig. 1.5, procura combinar as duas estruturas em função de suas características. Nesta figura,  $P(z)$  e  $Q(z)$  são filtros FIR transversais,  $\epsilon(n)$  é o erro de saída (como

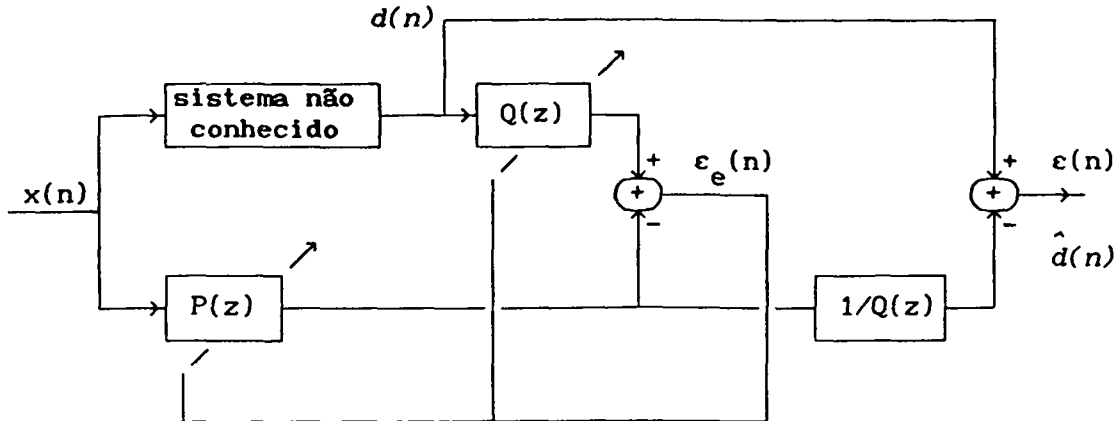


Fig. 1.5- Estrutura do Método do Erro da Equação

mostrado na Fig. 1.2), e  $\varepsilon_e(n)$  é chamado o erro da equação ( $E_e(z) = Q(z).D(z) - P(z).X(z) = Q(z).E(z)$  onde  $E_e(z)$ ,  $D(z)$ , e  $E(z)$  são respectivamente as Transformações em Z de  $\varepsilon_e(n)$ ,  $d(n)$ , e  $\varepsilon(n)$ ). O erro da equação  $\varepsilon_e(n)$ , diferentemente do erro de saída  $\varepsilon(n)$ , é uma função linear dos coeficientes do filtro. Assim, a função de desempenho do erro da equação,  $E[\varepsilon_e^2(n)]$ , é unimodal, enquanto que, a função de desempenho do erro de saída,  $E[\varepsilon^2(n)]$ , pode ser multimodal [2,6,7]. Nesta formulação, os filtros  $P(z)$  e  $Q(z)$  operam como estruturas adaptáveis não-recursivas. Por outro lado, a obtenção do sinal  $\hat{d}(n)$ , ou seja a filtragem, é realizada por um filtro IIR ( $P(z)/Q(z)$ ) [6]. A otimização do fator de convergência para este tipo de estrutura é também estudada em [12]. Esta estrutura, embora atrativa, apresenta alguns inconvenientes. A presença de um ruído aditivo em  $d(n)$ , uma situação comum em aplicações práticas, leva à convergência do algoritmo para um ponto deslocado da solução ótima, qualquer que seja o número de iterações utilizado [6].

Outro inconveniente é a não garantia de estabilidade, especialmente em aplicações que apresentam grande dispersão dos autovalores da matriz de autocorrelação do sinal de entrada  $x(n)$  [5]. Finalmente, a atualização dos coeficientes leva à minimização da função de desempenho do erro da equação, e não necessariamente da função de real interesse, ou seja, da função do erro de saída [6,13].

Uma outra estrutura, proposta em [13], representa uma generalização da estrutura baseada na formulação do "erro da equação" e, conseqüentemente, apresenta os mesmos inconvenientes.

Desta forma, a obtenção de estruturas que aliem as qualidades desejáveis dos filtros adaptáveis IIR e FIR constitui um tópico de pesquisa de grande interesse para diversas aplicações práticas.

Em muitas destas aplicações como, por exemplo, o cancelamento de ecos em transmissão de dados utilizando modems "full-duplex" a dois fios, dispõe-se de um intervalo de tempo, denominado período de treinamento ou inicialização, durante o qual o sistema adaptável deve identificar adequadamente o sistema não conhecido. Neste período, cuja duração é recomendada em especificações técnicas [17], são transmitidas específicas seqüências de treinamento [16]. A transmissão de dados propriamente dita é feita somente após o período de treinamento (etapa caracterizada pela operação "full-duplex"). Neste tipo de aplicações ficam bem caracterizadas duas etapas distintas do processo: a de identificação e a de filtragem. Durante a etapa de identificação o filtro adaptável é ajustado de forma a estimar o sistema não conhecido. Durante a etapa de filtragem, o filtro opera com coeficientes fixos e sua saída constitui uma aproximação do sinal de eco a ser cancelado.

Levando-se em consideração as características das estruturas adaptáveis já descritas e o modo de operação das aplicações que fazem uso do período de treinamento, é possível conceber-se uma estrutura que possibilite a

identificação em tempo real de sistemas com respostas ao impulso longas, utilizando o algoritmo LMS. Assim, neste trabalho é proposta uma estrutura, denominada *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável*, que emprega um filtro FIR transversal adaptável e um filtro IIR. O filtro FIR é utilizado para a identificação do sistema não conhecido durante o período de treinamento e, eventualmente, durante a transmissão de dados. Já o filtro IIR é utilizado para realizar a operação de filtragem propriamente dita, durante a transmissão. Desta forma, a estrutura proposta também procura combinar de forma conveniente as vantagens operacionais inerentes às estruturas adaptáveis FIR transversal e IIR.

A nova estrutura permite o aumento da precisão na identificação de sistemas sem comprometer a velocidade de transmissão. A convergência do processo é garantida pelo emprego de um filtro FIR transversal adaptável e a velocidade da filtragem pelo filtro IIR convencional com coeficientes fixos. Esta estrutura possibilita, também, atualizações da resposta do filtro adaptável sem a necessidade de interrupção da transmissão.

A aplicabilidade da estrutura mista proposta depende fortemente de uma técnica eficiente para a obtenção dos coeficientes do filtro IIR a partir dos coeficientes do filtro FIR. Entretanto, a maioria das técnicas de modelagem de filtros propostas na literatura tendem a requerer um esforço computacional freqüentemente excessivo. Além disso, nem sempre tais técnicas oferecem garantias quanto à estabilidade do filtro IIR obtido, um requisito essencial para a operação em tempo real. Assim, este trabalho também propõe uma nova técnica de modelagem de filtros, a qual visa à obtenção dos coeficientes de um filtro IIR estável a partir de especificações dadas no domínio do tempo ("n"). O método proposto é analítico e, portanto, não apresenta problemas de convergência. Além disso, por requerer a solução de um sistema de equações lineares de ordem mínima, é eficiente em termos de esforço computacional.

No Capítulo 2 é proposta a nova estrutura, denominada *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável*, e sua operação utilizando o algoritmo LMS é descrita em detalhes.

No Capítulo 3 é apresentada a nova técnica para modelagem de filtros. Esta técnica é baseada no critério do filtro inverso. Conseqüentemente, os coeficientes de um filtro IIR são obtidos a partir de uma resposta especificada no domínio do tempo ("n"). Uma comparação da nova técnica com as demais já propostas na literatura é também apresentada.

No Capítulo 4 é feita uma avaliação do desempenho da nova estrutura proposta, em conjunto com a nova técnica de modelagem de filtros, aplicadas a um problema de cancelamento de ecos. Através de resultados obtidos por simulações, é concluído que tanto a estrutura quanto a técnica de modelagem propostas constituem alternativas eficientes para a aplicação em questão.

## C A P Í T U L O 2

### A NOVA ESTRUTURA PROPOSTA - ESTRUTURA MISTA FIR-IIR ADAPTÁVEL

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é proposta uma nova estrutura denominada *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável*. Uma aplicação particularmente importante desta estrutura é na identificação de sistemas cujas respostas ao impulso sejam de longa duração. A estrutura proposta tem como filosofia básica tirar proveito, simultaneamente, das características favoráveis inerentes às estruturas IIR e, às FIR. Isto torna-se possível porque as vantagens e os inconvenientes de ambas são, basicamente, complementares. A estrutura proposta não apresenta problemas de tendenciosidade na solução, tem sua estabilidade garantida, possibilita aumento da precisão, e permite, eventualmente, para aplicações em transmissão de dados, evitar a interrupção da transmissão para identificar mudanças no canal do sistema.

#### 2.2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE FILTRAGEM ADAPTÁVEL

As implementações de sistemas adaptáveis em tempo real caracterizam-se pela realização de uma etapa completa de filtragem a cada período de amostragem. Adicionalmente, é também desejável que a atualização dos coeficientes seja realizada a cada período de amostragem. Quanto à implementação do estágio de filtragem adaptável, pode-se empregar tanto estruturas FIR quanto estruturas IIR.

A implementação da filtragem adaptável utilizando-se estruturas FIR transversais requer, para realizar a filtragem e a atualização dos coeficientes, um intervalo de tempo diretamente proporcional ao número de coeficientes do filtro. Além do mais, o número de coeficientes desta estrutura depende, para uma dada taxa de amostragem, do comprimento da resposta ao impulso a ser identificada. Considerando o emprego do algoritmo LMS, sabe-se que esta estrutura despende, aproximadamente, o mesmo tempo para realizar tanto a etapa de filtragem (TF) quanto a etapa de atualização dos coeficientes (TA). Após estas observações, é possível, em função do tempo despendido, estimar o número de coeficientes para esta estrutura. Conforme apresentado esquematicamente na Fig. 2.1(a), vê-se que para realizar a atualização dos coeficientes a cada período de amostragem dispõe-se de, no máximo, metade deste período. Nestas condições, o número de coeficientes do

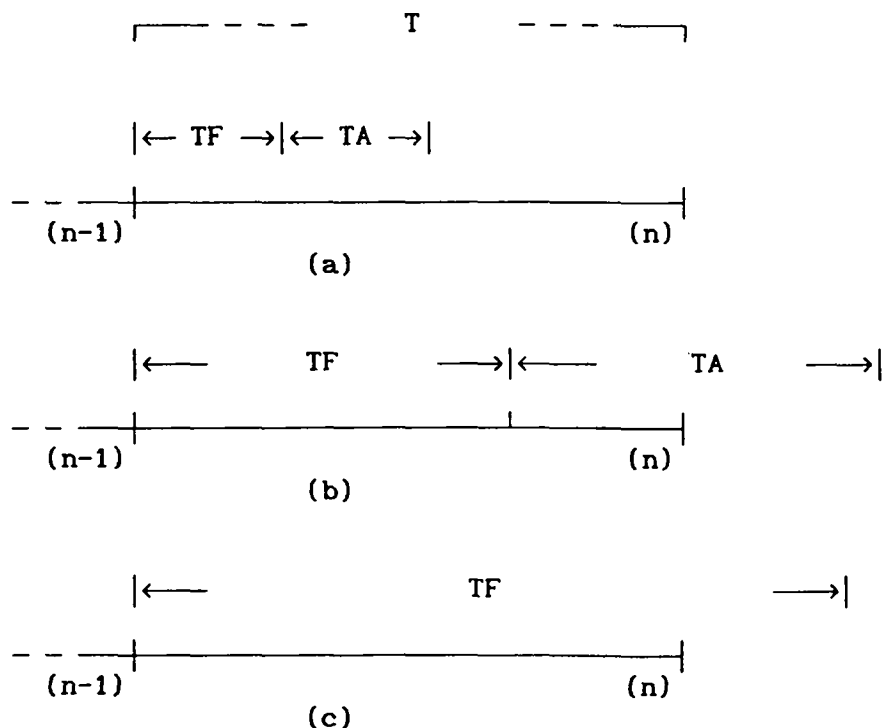


Fig. 2.1- Operação da Estrutura FIR de Acordo com o Número de Coeficientes

filtro adaptável só poderá ser aumentado até que este limite seja alcançado. Por exemplo, considerando as características do processador TMS320C15-25 da Texas Instruments [38], o número de coeficientes do filtro FIR fica limitado, supondo  $T=125\mu s$ , aproximadamente em 128.

Uma outra situação, apresentada na Fig. 2.1(b), ocorre quando necessita-se para realizar a filtragem intervalos de tempo que são maiores do que  $T/2$ , e menores do que  $T$ . Assim, não é possível realizar uma iteração completa de atualização dos coeficientes a cada período de amostragem. Neste caso, a atualização dos coeficientes pode ser implementada em etapas. Em cada etapa, realizada a cada período de amostragem, são atualizados distintos coeficientes, de tal forma que somente após um certo número de períodos de amostragem é finalizada uma iteração completa de atualização dos coeficientes.

Caso um intervalo de tempo maior (maior resposta ao impulso) seja necessário para realizar a operação de filtragem, o processamento em tempo real fica prejudicado (Fig. 2.1(c)). Neste caso, nem mesmo a filtragem pode ser realizada a cada período de amostragem. Nestas situações, têm-se como alternativa buscar estruturas que exijam menores requisitos computacionais.

Do ponto de vista de complexidade computacional, a implementação da etapa de filtragem utilizando-se estruturas IIR é mais econômica do que utilizando-se estruturas FIR [6]. No Capítulo 1 foram apresentadas duas estruturas que implementam filtragem adaptável IIR em tempo real (etapa completa de filtragem e atualização dos coeficientes por período de amostragem). Na primeira (Fig. 1.3), a atualização dos coeficientes é obtida aplicando-se o algoritmo de adaptação diretamente à estrutura IIR [1,2,6]. Na segunda (Fig. 1.5), a atualização dos coeficientes é obtida aplicando-se o algoritmo à estruturas FIR auxiliares [6].



Neste capítulo será apresentada uma forma alternativa para a implementação da filtragem IIR adaptável. Na estrutura proposta, a etapa de filtragem é realizada em cada período de amostragem. Entretanto, a atualização dos coeficientes é obtida a partir de um filtro FIR adaptável auxiliar que opera em regime "off-line". Após a determinação dos coeficientes do filtro FIR, os coeficientes do filtro IIR são atualizados através de uma conversão FIR/IIR.

Esta forma de operação possibilita uma grande flexibilidade, podendo ser implementada tanto utilizando processamento seqüencial quanto processamento paralelo.

### 2.3 ESTRUTURA MISTA FIR-IIR ADAPTÁVEL

A Fig. 2.2 apresenta a *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável* aplicada a um problema de identificação de sistemas. A estrutura FIR é responsável pela identificação do sistema não conhecido. Após cada iteração completa, filtragem e atualização dos coeficientes, é feita uma conversão dos coeficientes obtidos na estrutura FIR para os coeficientes da estrutura IIR (conversão FIR/IIR). A estrutura IIR é responsável pela filtragem, permanecendo com seus coeficientes fixos até que se realize uma nova iteração

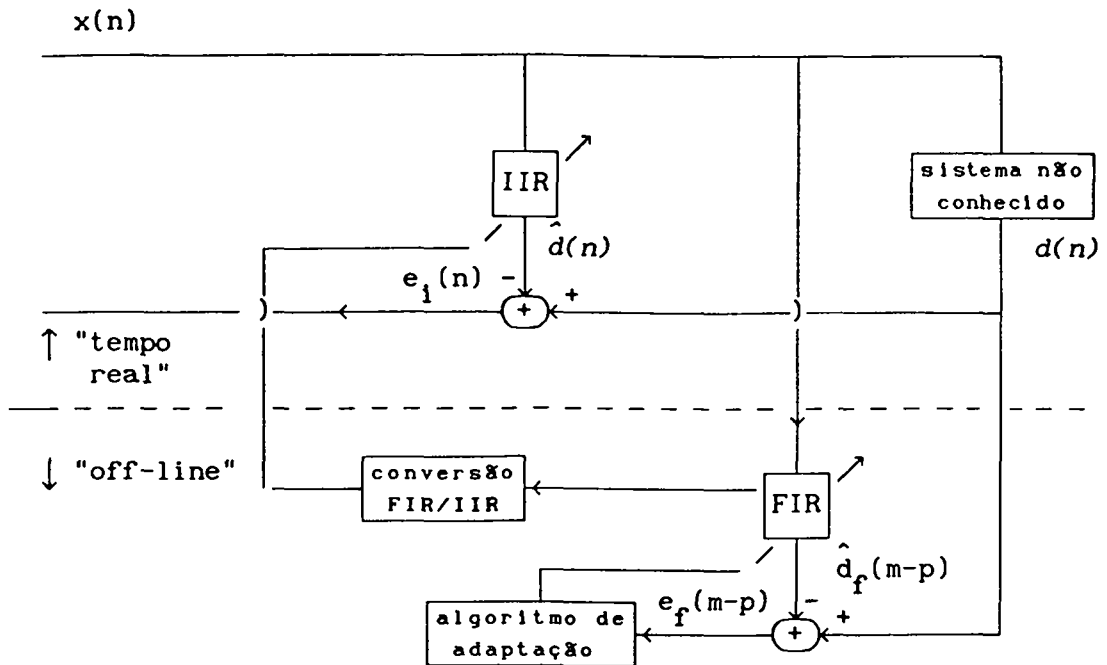


Fig. 2.2- Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável

completa de filtragem e de atualização dos coeficientes para a estrutura FIR e também uma nova conversão FIR/IIR. Assim, os coeficientes do filtro IIR são novamente atualizados, e a operação sugerida prossegue.

Em função de sua forma de operação, verifica-se que a estrutura adaptável proposta é especialmente atrativa para aplicações que fazem uso de um período de treinamento, as quais são encontradas, freqüentemente, em sistemas de comunicações. Para estas aplicações, constata-se que a única exigência, em termos de tempo, é que o sistema não conhecido esteja adequadamente identificado ao final do período de treinamento [17]. Assim, até o final deste período devem ser realizadas a identificação (através da estrutura FIR) e a conversão FIR/IIR. É importante observar que apenas uma conversão FIR/IIR

é realizada antes do término do período de treinamento. Durante este período a estrutura IIR não realiza necessariamente nenhuma tarefa específica.

Adicionalmente, durante a etapa de filtragem (após o período de treinamento) a estrutura proposta pode evitar, se desejado, a interrupção da transmissão para que se realize um novo treinamento. A interrupção da transmissão é um inconveniente que muitas vezes torna-se imprescindível, pois o filtro adaptável deve ajustar-se às variações ocorridas no canal de transmissão (sistema não conhecido). Felizmente, tem-se observado que tais variações ocorrem, geralmente, de forma lenta [16]. Tal fato, permite que a estrutura proposta detecte estas variações sem a necessidade de interromper a transmissão. Para tanto, após o período de treinamento, a estrutura FIR pode continuar operando com o propósito de detectar tais variações, e assim, periodicamente, poderá ser realizada uma conversão FIR/IIR de forma a se permitir eventuais atualizações dos coeficientes do filtro IIR.

#### **2.4 IMPLEMENTAÇÃO DA ESTRUTURA FIR ADAPTÁVEL**

A identificação do sistema não conhecido requer, por parte da estrutura FIR adaptável, a realização das operações de filtragem e de atualização dos coeficientes. No caso de sistemas com respostas ao impulso longas, o tempo despendido nestas operações pode ser superior a um período de amostragem, assim sendo deve-se dispor de alternativas factíveis para realizar a identificação do sistema, principalmente levando-se em consideração a quantidade limitada de memória geralmente disponível nos DSP's [38]. Uma primeira alternativa consiste em adquirir, na taxa de amostragem, os vetores de entrada e de saída do sistema a identificar, e em conjunto com a aquisição realizar as operações de filtragem e de atualização dos coeficientes. Entretanto, como o processamento por iteração pode não acompanhar a

velocidade de aquisição ter-se-á um acúmulo de dados. Esta alternativa pode tornar-se, então, não atrativa em virtude da quantidade de memória necessária para o armazenamento destes dados. Outra possibilidade, consiste em adquirir os vetores de dados com comprimento superior ao do vetor de coeficientes do filtro FIR, e ao mesmo tempo realizar o processo de filtragem e de atualização dos coeficientes. Os comprimentos dos vetores adquiridos são definidos basicamente pela quantidade de memória disponível. Ao término do uso das amostras destes vetores faz-se a aquisição de um novo par de vetores e assim por diante. Esta estratégia é sedutora, mas ainda requer que se faça uma aquisição de novos pares de vetores periodicamente. Uma alternativa mais interessante consiste em utilizar a estratégia anterior, entretanto, ao invés de se fazer periodicamente aquisições de novos pares de vetores, utilizar sempre o primeiro par de vetor adquirido, ou seja, realizar a filtragem e a atualização dos coeficientes sempre com os mesmos vetores (utilização cíclica dos vetores de dados). Eliminando-se assim, a necessidade de se fazer novas aquisições e, portanto, os problemas delas advindos como, por exemplo, a ocupação e gerenciamento da memória de dados nos DSPs.

O processo tem início fazendo-se a aquisição, na taxa de amostragem, dos vetores de dados referentes aos sinais  $x(n)$  e  $d(n)$  (Fig. 2.2). Assim,

$$\underline{x}^T = [ x(m), x(m-1), x(m-2), \dots, x(m-M) ]$$

e

$$\underline{d}^T = [ d(m), d(m-1), d(m-2), \dots, d(m-M) ]$$

onde  $\underline{x}^T$  e  $\underline{d}^T$  são, respectivamente, os vetores de entrada e saída ambos de comprimento  $M+1$ . Seja também,

$$\underline{b}^T = [ b(0) \ b(1) \ b(2) \ \dots \ b(N-1) \ b(N) ] ,$$

o vetor de coeficientes do filtro FIR de comprimento  $N+1$ . O algoritmo atualiza o vetor de coeficientes,  $\underline{b}$ , a partir do vetor de entrada,  $\underline{x}$ , de modo que a saída  $\hat{d}_f(m-p)$  do filtro FIR aproxime-se da respectiva saída  $d(m-p)$  do sistema a identificar. Para que tal procedimento seja viável é necessário que os vetores de dados,  $\underline{x}^T$  e  $\underline{d}^T$ , tenham comprimento maior ou igual ao vetor de coeficientes  $\underline{b}^T$ , ou seja,  $M$  maior ou igual a  $N$ . O esquema de atualização dos coeficientes é ilustrado na Fig. 2.3 (com o vetor  $\underline{b}$  posicionado no início do ciclo).

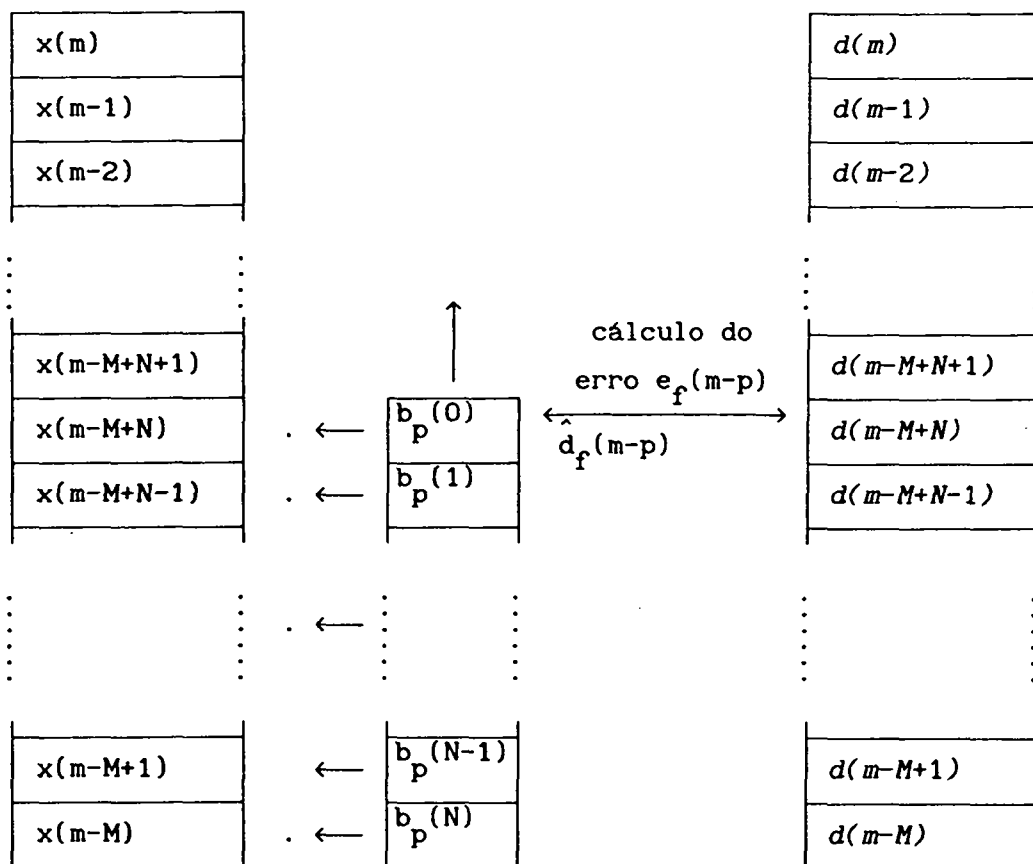


Fig 2.3- Filtragem e Atualização dos Coeficientes da Estrutura FIR Operando em Regime "off-line".

Supondo-se a atualização através do algoritmo LMS [1], pode-se escrever:

$$b_{p-1}(i) = b_p(i) - \mu \cdot \nabla_p(i) \quad , \quad 0 \leq i \leq N$$

$$, \quad 0 \leq p \leq M-N$$

onde por conveniência de implementação (Fig. 2.3) o índice 'p' indica a iteração atual e o índice 'p-1' indica a próxima iteração. O gradiente estimado (LMS) é dado por,

$$\nabla_p(i) = \frac{\partial [e_f(m-p)]^2}{\partial b_p(i)} = 2 \cdot e_f(m-p) \cdot \frac{\partial e_f(m-p)}{\partial b_p(i)}$$

com

$$e_f(m-p) = d(m-p) - \hat{d}_f(m-p),$$

$$e \quad \hat{d}_f(m-p) = [x(m-p) \ x(m-p-1) \ \dots \ x(m-p-N)] \begin{bmatrix} b_p(0) \\ b_p(1) \\ \vdots \\ b_p(N) \end{bmatrix}$$

Como:

$$\frac{\partial e_f(m-p)}{\partial b_p(i)} = -x(m-p-i),$$

tem-se para o algoritmo LMS, neste caso, a seguinte expressão:

$$b_{p-1}(i) = b_p(i) + 2 \cdot \mu \cdot e_f(m-p) \cdot x(m-p-i) \quad , \quad 0 \leq i \leq N.$$

$$, \quad 0 \leq p \leq M-N$$

O fator de convergência  $\mu$  pode ser feito fixo em todas as iterações.

Considerando que o sinal  $x(m-p)$  é um ruído branco com distribuição gaussiana pode-se determinar um valor ótimo para o fator de convergência que maximize a velocidade de convergência do algoritmo. Assim,  $\mu_{ot} = 1/[2.(N+1).x_{rms}^2]$  conforme apresentado em [4].

A etapa de identificação requer, geralmente, um número de iterações superior a  $M-N+1$  com  $0 \leq p \leq M-N$  para se atingir a convergência do algoritmo. Desta forma, faz-se necessário, conforme já mencionado, a utilização cíclica dos vetores de dados. A primeira iteração do processo ( $p=M-N$ ) é ilustrada pela Fig. 2.3. Após o término desta iteração o vetor de coeficientes,  $\underline{b}$ , é deslocado um passo para cima, conforme também sugerido pela Fig. 2.3, de forma a se ter uma nova entrada,  $x(m-M+N+1)$ , para o processo  $p=M-N-1$ . Para as demais iterações segue-se o procedimento sugerido, ou seja deslocando-se o vetor de coeficientes,  $\underline{b}$ , até se atingir a entrada  $x(m)$  ( $p=0$ ). Após a iteração envolvendo  $x(m)$  retorna-se para a posição  $p=M-N$ , repetindo, então, os mesmos passos. Este processo é repetido sucessivamente até que se atinja um determinado número de iterações.

O procedimento descrito, com base no diagrama da Fig. 2.3, sugere que o processo inicie a partir da amostra  $x(m-M+N)$ , ou seja  $p=M-N$ . Mas, nada impede que este inicie pela amostra  $x(m-M)$ , ou seja  $p=M$ . A única exigência consiste em fazer com que o comprimento,  $M+1$ , dos vetores de entrada e saída do sistema a identificar seja maior ou igual ao comprimento,  $N+1$ , do vetor de coeficientes do filtro FIR, ou seja,  $M$  maior ou igual a  $N$ . Através de simulações verificou-se que para  $M$  em torno de três vezes o valor de  $N$  obtém-se resultados semelhantes, em termos de velocidade de convergência e precisão, com aqueles obtidos para  $M \gg N$ . Esta relação entre  $M$  e  $N$  ( $M \cong 3.N$ ) foi observada para um grande número de distintos modelos representativos do sistema não conhecido. Os resultados, para fins de comparações, foram obtidos admitindo-se a possibilidade da estrutura FIR transversal adaptável, com  $N$

coeficientes, operar em tempo real ( $M \gg N$ ) durante um determinado número de iterações. Em seguida é simulada a operação da estrutura FIR conforme ilustrado pela Fig. 2.3, mantendo-se  $N$  e o número de iterações utilizado na simulação de tempo real, para diferentes valores de  $M$ . Constatou-se que para valores de  $M$  a partir de três vezes o valor de  $N$  obtém-se resultados equiparáveis em termos de precisão com aqueles obtidos supondo-se a operação em tempo real.

É desejável para a boa operação da estrutura mista que, após a identificação do sistema, o nível de erro  $E[e_f^2(m-p)]$  obtido, seja aproximadamente mantido após a conversão FIR/IIR, ou seja,  $E[e_i^2(n)] \cong E[e_f^2(m-p)]$  (ver Fig. 2.2). Para isto, deve ser considerado que o filtro IIR para os problemas que deseja-se solucionar é naturalmente adequado [2]. Assim, a aceitação da estrutura mista está muito ligada à eficiência ( $E[e_i^2(n)] \longrightarrow E[e_f^2(m-p)]$ ) da técnica de conversão FIR/IIR. Também, é desejável para viabilizar a estrutura proposta que o algoritmo de conversão FIR/IIR apresente uma reduzida complexidade computacional com garantia dos requisitos de convergência e estabilidade na obtenção do filtro IIR desejado. Para que tais características sejam obtidas é proposta, e apresentada detalhadamente, no próximo capítulo, uma nova técnica para a conversão de um filtro FIR em um filtro IIR. Esta técnica consiste em projetar um filtro IIR com especificações dadas no domínio do tempo "n".

## 2-5 CONCLUSÕES

Foi proposta uma nova estrutura adaptável, que opera em tempo real, destinada a aplicações onde a resposta ao impulso do sistema não conhecido é de longa duração. Esta nova estrutura contorna as principais dificuldades de adaptação das estruturas IIR através do uso de uma estrutura FIR, de forma a



aproveitar convenientemente as boas características inerentes a cada uma destas estruturas. A utilização da estrutura mista propicia a obtenção de algumas vantagens em relação a outras estruturas apresentadas na literatura, como: alta velocidade de convergência, garantia de estabilidade propiciadas pela estrutura FIR utilizada na identificação; reduzido esforço computacional requerido pela estrutura IIR para a realização da filtragem em tempo real, entre outras. O emprego de duas topologias (FIR-IIR) permite ainda o aumento da precisão, pois o filtro FIR operando em regime "off-line" pode admitir um maior número de coeficientes e/ou maior comprimento da palavra que representa estes coeficientes, o que pode levar a uma melhor aproximação do sistema identificado. Adicionalmente, se desejado, para aplicações em transmissão de dados pode-se evitar a interrupção da transmissão para identificar variações ocorridas no canal de transmissão.

## C A P Í T U L O 3

PROJETO DE FILTROS DIGITAIS IIR COM ESPECIFICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO ("n")3.1 INTRODUÇÃO

Na maioria das aplicações usuais, o projeto de filtros digitais é desenvolvido a partir de especificações fornecidas no domínio da frequência, onde são estabelecidos limites para os desvios máximos e mínimos, geralmente, na magnitude da resposta em frequência do filtro desejado [22,23].

Entretanto, algumas vezes, é necessário projetar filtros digitais a partir de especificações conhecidas (ou desejadas) no domínio do tempo ("n"). Aplicações para este tipo de projeto são freqüentemente encontradas em estimação de espectro, modelagem de sinal e filtragem adaptável [23,24,25].

Um problema, freqüentemente encontrado em certas aplicações, é a determinação de uma função de transferência no domínio "z" que modele da melhor forma possível um sistema desejado ou conhecido representado por sua resposta ao impulso. Este problema é normalmente denominado modelagem de filtro, e várias técnicas têm sido propostas na literatura com o objetivo de solucioná-lo [23]. Estas técnicas são classificadas, basicamente, em três grupos dependendo do tipo de filtro que é gerado, a saber: filtros somente pólos ou AR ("autoregressive"), filtros somente zeros ou MA ("moving-average"), e filtros pólos-zeros ou ARMA ("autoregressive moving-average").

Neste capítulo é apresentada uma nova técnica de modelagem de filtros do tipo ARMA. Inicialmente é apresentada uma breve revisão dos critérios de erro

normalmente empregados pelas principais técnicas propostas na literatura para a obtenção deste tipo de filtro. Em seguida, apresenta-se uma descrição detalhada da nova técnica proposta e, finalmente, é apresentado um estudo de seu desempenho frente a outra técnica comumente empregada.

### 3.2 CRITÉRIOS DE ERRO

Uma grande parte das técnicas de modelagem de filtros são baseadas na utilização do critério do erro mínimo quadrático, para uma função erro especificada. As funções mais empregadas para este fim são o erro da equação, o erro de ajuste ("fitting-error"), e o erro do filtro inverso [23,25-29,34]. Tais funções erro são definidas a partir das especificações do problema no domínio do tempo ("n"). Assim, considere as especificações dadas por uma seqüência finita  $h_d(n)$ , causal, para  $0 \leq n \leq N-1$ . Esta seqüência pode representar uma resposta ao impulso finita ou o truncamento em N amostras de uma resposta ao impulso infinita para a qual considera-se que a contribuição das amostras para  $n \geq N$  não sejam significativas. Tem-se como objetivo determinar uma função de transferência IIR,  $H(z)$ , cuja resposta ao impulso correspondente  $h(n)$  modele da melhor forma possível a seqüência especificada  $h_d(n)$ . A função de transferência do sistema IIR a ser determinada é mostrada pela equação (3.1).

$$H(z) = \frac{B(z)}{D(z)} = \frac{\overset{ON}{\sum_{i=0} b_i \cdot z^{-i}}}{\underset{OD}{1 + \sum_{i=1} d_i \cdot z^{-i}}} \quad (3.1)$$

As diferentes funções erro anteriormente citadas advém das diferentes metodologias utilizadas para encontrar-se uma solução para o referido problema.

A função "erro da equação" pode ser definida, por exemplo, a partir da transformação em Z da resposta desejada  $h_d(n)$ , dada por:

$$H_d(z) \cong \frac{B(z)}{D(z)} = \frac{\overset{\text{ON}}{\sum_{i=0} b_i \cdot z^{-i}}}{1 + \overset{\text{OD}}{\sum_{i=1} d_i \cdot z^{-i}}}$$

ou seja  $d(n) * h_d(n) = b(n) + e(n)$ , onde  $e(n)$  é o "erro da equação" e "\*" representa a operação de convolução. As técnicas existentes de modelagem de filtro baseadas no "erro da equação" são as menos complexas dando origem, normalmente, a sistema de equações lineares de fácil solução. Entretanto, sua formulação não permite uma interpretação física significativa [23]. Como é possível definir diversas funções "erro da equação", deve-se escolher aquelas que levem aos melhores resultados em termos de precisão e com reduzido esforço computacional. Dentre as diferentes alternativas propostas na literatura pode-se destacar o método da "cauda" [25] de  $h_d(n)$  e o método de Durbin [27,30,31].

Uma outra função erro, também muito utilizada, é a função "erro de ajuste" a qual é caracterizada pela energia do erro entre  $h_d(n)$  e  $h(n)$  definida por:

$$e(n) = \sum_{n=0}^{N-1} [h_d(n) - h(n)]^2. \quad (3.2)$$

As técnicas de modelagem baseadas no "erro de ajuste" permitem uma significativa interpretação física. Entretanto, tais técnicas normalmente dão origem a sistemas de equações não-lineares, os quais devem ser resolvidos iterativamente, implicando em um importante esforço computacional [11,23,26,28,29]. Destacam-se, entre outras, as técnicas de Steiglitz-Mcbride [11,26] e de Evans-Fischl [32,33].

Uma terceira função erro é a função "erro do filtro inverso" a qual pode ser facilmente interpretada através do diagrama apresentado na Fig. 3.1.

$$h_d(n) \text{ ————— } \boxed{\frac{1}{H(z)}} \text{ ————— } v(n) = \delta(n) + v'(n) \quad (3.3)$$

Fig. 3.1- Estrutura Básica do "Erro do Filtro Inverso"

O sinal de saída da estrutura apresentada na Fig. 3.1 é dado por

$$v(n) = \delta(n) + v'(n)$$

onde  $\delta(n)$  representa a função impulso unitário e  $v'(n)$  é o "erro do filtro inverso", cuja energia deve ser minimizada. Assim, procura-se determinar  $H(z)$

de modo que  $\sum_{n=0}^{\infty} v'^2(n)$  seja mínimo, uma vez que o ideal seria obter  $\delta(n)$

como resposta do filtro inverso. As técnicas baseadas no "erro do filtro inverso" possibilitam uma clara interpretação física. Entretanto, os métodos existentes geram, normalmente, sistemas de equações também não-lineares. Destaca-se aqui, entre outros, o método de Judell [28].

Uma figura de mérito, freqüentemente empregada, para a avaliação do desempenho dos diferentes algoritmos utilizados no problema de modelagem de filtros, é a quantidade de multiplicações necessárias à obtenção de resultados equiparáveis. Isto porque a quantidade de multiplicações de um algoritmo representa uma boa indicação da complexidade computacional requerida e, conseqüentemente, do tempo de processamento necessário.

As técnicas existentes baseadas no "erro de ajuste" e no "erro do filtro inverso" levam a algoritmos que requerem um grande esforço computacional [23]. Este inconveniente é substancialmente agravado por tratarem-se de algoritmos iterativos. O algoritmo de Judell requer cerca de 3 a 5 iterações para a obtenção de uma solução adequada, enquanto que, o algoritmo associado à técnica de Steiglitz-Mcbride requer de 5 a 10 iterações para a obtenção de uma solução comparável [23]. Já as técnicas baseadas no "erro da equação" levam a algoritmos não iterativos que exigem, normalmente, esforços computacionais bem inferiores, quando comparados àqueles exigidos por técnicas baseadas no "erro de ajuste" e no "erro do filtro inverso". Dentre as técnicas que utilizam o "erro da equação", o método da "cauda" [25] é o que requer o menor esforço computacional.

Em resumo, as técnicas de modelagem de filtro baseadas no "erro da equação" são as mais utilizadas por darem origem a sistemas de equações lineares, apresentarem bom desempenho, e por requererem esforços computacionais bem inferiores quando comparados aos algoritmos associados às técnicas de modelagem de filtro baseadas nas funções "erro de ajuste" e "erro do filtro inverso". No entanto, a superioridade das técnicas baseadas no "erro da equação" em relação às demais deve-se às estruturas e aos equacionamentos específicos que caracterizam cada técnica, e não ao tipo de função de erro utilizada. Em geral, as técnicas existentes requerem esforços computacionais elevados devido à realização de operações com matrizes de

grandes dimensões. Tais dimensões, por sua vez, advém da representação do sistema por sua equação de convolução. Desta forma, em determinadas aplicações onde o tempo de processamento é crucial, os métodos existentes podem ainda requerer um excessivo esforço computacional.

Do ponto de vista prático, é altamente desejável buscar-se uma técnica de modelagem de filtro que possibilite uma interpretação física significativa (pois, se a técnica é baseada em variáveis que apresentam clara interpretação física poderá ser possível realizar considerações que podem facilitar a solução do sistema), característica esta inerente às técnicas baseadas no "erro de ajuste" e no "erro do filtro inverso". Por outro lado, constituem fatores também importantes a simplicidade do equacionamento e uma reduzida complexidade computacional, as quais são características das técnicas baseadas no "erro da equação".

Assim, levando-se em conta todos os pontos anteriormente mencionados, é proposta uma nova técnica de modelagem de filtro baseada no "erro do filtro inverso". Esta nova técnica alia as vantagens da interpretação física que são inerentes às técnicas baseadas no "erro do filtro inverso" com a simplicidade computacional de um algoritmo que requer um esforço de cálculo reduzido mesmo quando comparado aos algoritmos oriundos das técnicas baseadas no "erro da equação".

### **3.3 A NOVA TÉCNICA PROPOSTA DE MODELAGEM DE FILTRO**

As técnicas baseadas no "erro do filtro inverso", apresentadas em [23], utilizam o critério do erro mínimo quadrático sobre o "erro do filtro inverso",  $v'(n)$ , de modo que se possa determinar através deste critério um conjunto de coeficientes ótimos para a função de transferência do filtro inverso,  $1/H(z)$ . Isto conduz, em outras palavras, a se minimizar a energia do

erro de saída do filtro inverso, dada por:

$$\varepsilon = \sum_{n=0}^{\infty} v^2(n) \quad . \quad (3.4)$$

Diferentemente, a técnica aqui proposta, embora baseada no "erro do filtro inverso" não utiliza, para determinar os coeficientes da função de transferência do filtro inverso, o critério do erro mínimo quadrático diretamente sobre este erro, e sim sobre uma função quadrática que é afetada por este erro.

No diagrama da Fig. 3.1,  $h_d(n)$  pode representar tanto uma resposta ao impulso finita quanto uma versão "janelada" de uma resposta ao impulso infinita. Daqui em diante,  $h_d(n)$  será considerada uma desejada seqüência de amostras definida para  $0 \leq n \leq N-1$ , e com valor zero fora deste intervalo. O "erro do filtro inverso" surge pela aproximação da seqüência  $h_d(n)$  de duração finita por um sistema IIR e, eventualmente, devido a uma insuficiente ordem da função de transferência,  $H(z)$ , para representar às  $N$  amostras de  $h_d(n)$ .

No domínio "z", a operação de filtragem ilustrada pela Fig. 3.1 pode ser escrita como:

$$V(z) = \frac{1}{H(z)} \cdot H_d(z) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{OD} d_i \cdot z^{-i}}{\sum_{i=0}^{ON} b_i \cdot z^{-i}} \cdot H_d(z) \quad (3.5)$$

onde, ON e OD são, respectivamente, as ordens do numerador e do denominador de  $H(z)$ . Aplicando-se a Transformação em Z Inversa na expressão (3.5), obtém-se a seguinte equação de diferenças



$$b_0 \cdot v(n) = h_d(n) + \sum_{i=1}^{OD} d_i \cdot h_d(n-i) - \sum_{i=1}^{ON} b_i \cdot v(n-i) \quad (3.6)$$

Para que  $v'(n)$  represente efetivamente o erro da filtragem inversa (equação (3.3)) deve-se impor a condição limite  $v(0)=1$ , o que implica em  $v'(0)=0$ . Considerando-se o sistema causal, a equação (3.6), para  $n=0$ , reduz-se a  $b_0 \cdot v(0) = h_d(0)$ . Consequentemente, o requisito  $v(0)=1$  conduz à condição

$$b_0 = h_d(0). \quad (3.7)$$

Com as condições consideradas anteriormente obtém-se, pela equação (3.3), que

$$v^2(n) = \delta^2(n) + v'^2(n) \quad (3.8)$$

Alternativamente, através da equação de diferenças (3.6) pode-se obter uma outra expressão para  $v^2(n)$ , dada por:

$$v^2(n) = \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{OD} d_i \cdot h_d(n-i) - \sum_{i=1}^{ON} b_i \cdot v(n-i) \right\}^2, \quad (3.9)$$

onde,  $d_0=1$ . Desenvolvendo-se o termo quadrático do lado direito da equação (3.9), obtém-se:

$$\begin{aligned}
v^2(n) = & \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \right]^2 + \sum_{i=1}^{ON} \left[ b_i \cdot v(n-i) \right]^2 \right. \\
& - 2 \cdot \left[ \sum_{i=0}^{OD} d_i \cdot h_d(n-i) \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^{ON} b_i \cdot v(n-i) \right] \\
& + 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot h_d(n-k) \right] \right] \\
& \left. + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot v(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v(n-k) \right] \right] \right\} . \quad (3.10)
\end{aligned}$$

Com o auxílio da equação (3.3) tem-se que

$$v(n-q) = \delta(n-q) + v'(n-q) \quad q=i,k \quad (3.11)$$

e, da equação (3.8), que

$$v^2(n-i) = \delta^2(n-i) + v'^2(n-i). \quad (3.12)$$

Substituindo-se as equações (3.8), (3.11) e (3.12) em (3.10), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\delta^2(n) + v'^2(n) = & \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \right]^2 + \sum_{i=1}^{ON} \left[ b_i \cdot v'(n-i) \right]^2 \right. \\
& - 2 \cdot \left[ \sum_{i=0}^{OD} d_i \cdot h_d(n-i) \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^{ON} b_i \cdot v'(n-i) \right] \\
& + 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot h_d(n-k) \right] \right] \\
& \left. + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot v'(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v'(n-k) \right] \right] \right\} .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2. \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot h_d(n-k) \right] \right] \\
& + 2. \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot v'(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v'(n-k) \right] \right] \\
& \quad + \sum_{i=1}^{ON} \left[ b_i \cdot \delta(n-i) \right]^2 \\
& + 2. \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot v'(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot \delta(n-k) \right] \right] \\
& - 2. \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot h_d(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot \delta(n-k) \right] \right] \\
& + 2. \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \delta(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v'(n-k) \right] \right] \\
& + 2. \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \delta(n-i) \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot \delta(n-k) \right] \right] \Bigg\}. \tag{3.13}
\end{aligned}$$

Aplicando-se o operador linear, definido como  $E[x(n)] \triangleq \sum_{n=0}^{\infty} x(n)$ , a ambos os

lados de (3.13), obtém-se que:

$$\begin{aligned}
E\left[\delta^2(n)\right] + E\left[v'^2(n)\right] &= \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{OD} d_i^2 \cdot E\left[h_d^2(n-i)\right] \right. \\
&\quad + \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 \cdot E\left[v'^2(n-i)\right] \\
&\quad - 2 \cdot E\left[ \left[ \sum_{i=0}^{OD} d_i \cdot h_d(n-i) \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^{ON} b_i \cdot v'(n-i) \right] \right] \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot E\left[h_d(n-i) \cdot h_d(n-k)\right] \right] \right] \\
&\quad + \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 \cdot E\left[\delta^2(n-i)\right] \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E\left[v'(n-i) \cdot \delta(n-k)\right] \right] \right] \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E\left[v'(n-i) \cdot v'(n-k)\right] \right] \right] \\
&\quad - 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot \left[ \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot E\left[h_d(n-i) \cdot \delta(n-k)\right] \right] \right] \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E\left[\delta(n-i) \cdot v'(n-k)\right] \right] \right] \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left[ \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E\left[\delta(n-i) \cdot \delta(n-k)\right] \right] \right] \left. \right\}. \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Constata-se que os dois últimos termos da expressão (3.14) são nulos, pois  $\delta(n-i) \cdot v'(n-k) = v'(i-k) = 0$  para  $k \geq i+1$ , visto que o sistema é causal, e  $\delta(n-i) \cdot \delta(n-k) = 0$  dado que  $i \neq k$ . Da mesma forma, as duas seguintes simplificações também são válidas;  $v'(n-i) \cdot \delta(n-k) = v'(k-i)$  para  $k \geq i+1$ , e  $h_d(n-i) \cdot \delta(n-k) = h_d(k-i)$  para  $k \geq i$ . Também, de acordo com a definição do operador linear são válidas as seguintes igualdades;  $E[h_d^2(n-i)] = E[h_d^2(n)]$ ,  $E[v'^2(n-i)] = E[v'^2(n)]$ , e  $E[\delta^2(n-i)] = E[\delta^2(n)]$ . Substituindo-se na expressão (3.14) estes resultados, obtém-se que:

$$\begin{aligned}
 E[\delta^2(n)] + E[v'^2(n)] &= \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ E[h_d^2(n)] \sum_{i=0}^{OD} d_i^2 \right. \\
 &+ E[\delta^2(n)] \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 + E[v'^2(n)] \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 \\
 &- 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot E[h_d(n-i) \cdot v'(n-k)] \right) \right] \\
 &+ 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot E[h_d(n-i) \cdot h_d(n-k)] \right) \right] \\
 &- 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot h_d(k-i) \right) \right] \\
 &+ 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E[v'(n-i) \cdot v'(n-k)] \right) \right] \\
 &+ 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v'(k-i) \right) \right] \Big\} . \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

Da equação (3.15) rearranja-se os termos de forma a isolar as contribuições

do sinal de erro  $v'(n)$ , obtendo-se assim, a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 E\left[v'^2(n)\right] &= \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ E\left[v'^2(n)\right] \cdot \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 \right. \\
 &\quad - 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot E\left[h_d(n-i) \cdot v'(n-k)\right] \right) \right] \\
 &\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot E\left[v'(n-i) \cdot v'(n-k)\right] \right) \right] \\
 &\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^{ON-1} \left[ b_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{ON} b_k \cdot v'(k-i) \right) \right] \left. \right\} = f(b_j, d_l) = \\
 &= \frac{1}{b_0^2} \cdot \left\{ -b_0^2 \cdot E\left[\delta^2(n)\right] + E\left[h_d^2(n)\right] \cdot \sum_{i=0}^{OD} d_i^2 \right. \\
 &\quad + E\left[\delta^2(n)\right] \cdot \sum_{i=1}^{ON} b_i^2 \\
 &\quad + 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD-1} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=i+1}^{OD} d_k \cdot E\left[h_d(n-i) \cdot h_d(n-k)\right] \right) \right] \\
 &\quad - 2 \cdot \sum_{i=0}^{OD} \left[ d_i \cdot \left( \sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot h_d(k-i) \right) \right] \left. \right\} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

A equação (3.16) é uma função quadrática dos coeficientes  $d_i$  e  $b_i$  a qual procura-se minimizar a contribuição do sinal de erro  $v'(n)$ , que é

representada pelos termos do lado esquerdo desta equação.

Cabe aqui estabelecer algumas importantes considerações:

a) A resposta ao impulso de um sistema IIR não pode igualar-se exatamente a uma seqüência finita de comprimento  $N$ , por aquela possuir forçosamente amostras não nulas para  $n > N$  [25]. Então  $v'(n)$  e, conseqüentemente, o lado esquerdo da expressão (3.16) são não nulos. Assim, também conclui-se que o conjunto de possíveis soluções que tornam o lado direito da expressão (3.16) igual a zero é vazio.

b) É desejável fazer o lado esquerdo da expressão (3.16) tão próximo quanto possível de zero, pois desta forma reduz-se ao mínimo a contribuição do sinal de erro  $v'(n)$ .

c) O lado direito da expressão (3.16) é claramente uma função quadrática dos coeficientes de  $H(z)$  e, portanto uma função unimodal.

d) A minimização da magnitude de uma função quadrática que não pode assumir o valor zero é equivalente à determinação do ponto para o qual o seu gradiente é nulo.

Estas considerações mostram claramente que o conjunto ótimo de coeficientes para  $H(z)$  é aquele que faz o gradiente da correspondente função do lado direito ( $f(b_j, d_l)$ ) da equação (3.16) igual a zero.

Então, tomando-se as derivadas parciais desta função ( $f(b_j, d_l)$ ) em relação aos coeficientes  $b_j$  e  $d_l$  e, igualando-se a zero obtém-se:

Em relação aos coeficientes  $d_l$ :

$$\frac{\partial \{f(b_j, d_l)\}}{\partial \{d_l\}} = 0 \quad l=1, 2, \dots, OD \quad (3.17)$$

resultando no seguinte sistema de equações lineares,

$$\sum_{k=1}^{ON} b_k \cdot h_d(k-l) - \sum_{i=1}^{OD} d_i \cdot E[h_d(n-i) \cdot h_d(n-l)] = E[h_d(n) \cdot h_d(n-l)] \quad (3.18)$$

,  $l=1,2,\dots,OD$

Já em relação aos  $b_j$ :

$$\frac{\partial \{f(b_j, d_l)\}}{\partial \{b_j\}} = 0 \quad , j=1,2, \dots, ON \quad (3.19)$$

resultando no seguinte sistema de equações lineares,

$$b_j - \sum_{i=1}^{OD} d_i \cdot h_d(j-i) = h_d(j) \quad (3.20)$$

,  $j=1,2,\dots,ON$

As equações (3.18) e (3.20) constituem um sistema de equações lineares, com  $ON + OD$  equações. Através da solução deste sistema determina-se os valores dos coeficientes  $b_j$  e  $d_l$  que minimizam a função  $f(b_j, d_l)$ . O modelo IIR assim obtido é estável, pois a sequência  $h_d(n)$  que representa a resposta ao impulso (causal) a ser modelada é absolutamente somável, ou seja

$$\sum_{n=0}^{+\infty} |h_d(n)| < \infty \quad (h_d(n) \neq 0 \text{ para } n \leq N-1 \text{ e } h_d(n)=0 \text{ para } n > N-1) \quad [39].$$

Na próxima seção são estabelecidas figuras de mérito que permitem avaliar o desempenho da técnica proposta, em termos de esforço computacional e precisão. A nova técnica é então comparada com outra técnica anteriormente proposta na literatura. Os resultados obtidos permitem comprovar a eficiência



da nova técnica e, conseqüentemente, validam todas as considerações até aqui estabelecidas.

### 3.4 AVALIAÇÃO DA TÉCNICA PROPOSTA

O desempenho da nova técnica será avaliado através da complexidade computacional requerida e da precisão obtida, as quais são figuras de mérito amplamente utilizadas e adequadas para este propósito. Para todas as avaliações foi utilizada como referência a clássica técnica da "cauda" proposta por Burrus e Parks em [25]. Tal escolha é baseada no fato de que esta técnica requer um reduzido esforço computacional quando comparado ao de diversas outras técnicas apresentadas na literatura para o mesmo fim [23].

A complexidade computacional da técnica proposta pode ser melhor visualizada se as equações (3.18) e (3.20) forem representadas sob a forma matricial. Nesta representação, para o caso usual de  $OD \geq ON$ , tem-se:

$$\underline{H} \cdot \underline{v} = \underline{c} \quad (3.21)$$

onde

$$\underline{v} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{ON} \ -d_1 \ -d_2 \ \dots \ -d_{OD}]^T$$

$$\underline{c} = [h_d(1) \ h_d(2) \ \dots \ h_d(ON) \ R(1) \ R(2) \ \dots \ R(OD)]^T$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \underline{I} & \vdots & \underline{H}_1^T \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{H}_1 & \vdots & \underline{H}_2 \end{bmatrix}_{(ON+OD)(ON+OD)}$$

$$\underline{H}_1 = \begin{bmatrix} h_d(0) & h_d(1) & \dots & h_d(ON-1) \\ 0 & h_d(0) & \dots & h_d(ON-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_d(0) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{OD \times ON}$$

$$\underline{H}_2 = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(OD-2) & R(OD-1) \\ R(1) & R(0) & \dots & & R(OD-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ R(OD-2) & & \dots & & R(1) \\ R(OD-1) & R(OD-2) & \dots & R(1) & R(0) \end{bmatrix}_{OD \times OD}$$

para  $R(\tau) = E[h_d(n-k) \cdot h_d(n-k-\tau)]$  e  $\underline{I}$  matriz identidade de ordem  $ON \times ON$ . É importante ainda observar da forma que a matriz  $\underline{H}$  é montada esta apresenta a propriedade de simetria, o que facilita sobremaneira a solução do sistema linear.

É facilmente verificado que o número de amostras  $N$  da sequência desejada não afeta a ordem do sistema e, conseqüentemente, a complexidade computacional para obter sua solução. Somente a determinação dos elementos da submatriz  $\underline{H}_2$  é que será dependente do valor de  $N$ . Esta característica vem a favor do novo método quando comparado com outros métodos nos quais a ordem do sistema linear de equações a ser resolvido aumenta com  $N$ . Simulações realizadas demonstram que a técnica proposta exige em torno de 1/3 do tempo de processamento requerido pela técnica proposta em [25], para iguais valores de  $N$ ,  $ON$ , e  $OD$ .

A quantidade de operações de multiplicação necessária para obter a solução final é, efetivamente, uma figura de mérito representativa da complexidade computacional exigida pelo algoritmo. O algoritmo associado à técnica proposta requer uma quantidade de operações de multiplicação dada por

$$QM1 = N.(OD+1) + (ON+OD).(ON+OD-1).(2.ON+2.OD+5)/12 \quad (3.22)$$

onde, a primeira parcela representa o número de multiplicações necessário para a montagem do sistema de equações, e a segunda parcela o número de multiplicações para a solução do sistema de equações pelo método de Cholesky [35]. A técnica da "cauda" [25] requer uma quantidade de operações de multiplicação dada por

$$QM2 = N.(2.ON + 2.OD + 3) + OD.(OD-1).(2.OD + 5)/12 + \\ ON.(ON + 1).(2.ON + 7)/12 \quad (3.23)$$

onde, a primeira parcela representa o número de multiplicações necessário para a montagem do sistema de equações, e as outras parcelas as multiplicações necessárias para a solução do sistema de equações pelo método de Cholesky [35]. As equações (3.22) e (3.23) podem ser utilizadas como indicativo da complexidade computacional exigida, respectivamente, pela técnica aqui proposta e a técnica da "cauda" [25] de  $h_d(n)$ . Na Tabela 3.1 são mostrados os resultados para  $h_d(n)$  com 256 amostras e filtros com ordens entre 1 e 4. Estes resultados mostram claramente a superioridade da técnica proposta em termos de esforço computacional.

Tabela 3.1 - Número de Multiplicações

			Número de Multiplicações					
			técnica da "cauda" [25]			técnica proposta		
N	ON	OD	montagem sistema	solução sistema	total (QM2)	montagem sistema	solução sistema	total (QM1)
256	1	1	1792	2	1794	512	2	514
256	2	2	2816	7	2823	768	13	781
256	3	3	3840	19	3859	1024	42	1066
256	4	4	4864	38	4902	1280	98	1378

Para a comparação das duas técnicas em termos de precisão a estrutura mostrada na Fig. 3.2 foi empregada. Tal estrutura é especialmente conveniente para efetuar comparações entre técnicas que empregam diferentes funções de erro. O critério de desempenho utilizado foi o valor médio quadrático do erro de saída,  $e_o(n)$ . Para a estrutura da Fig. 3.2 foi utilizado como entrada,  $x(n)$ , um sinal ruído branco com distribuição gaussiana, média zero e variância unitária.

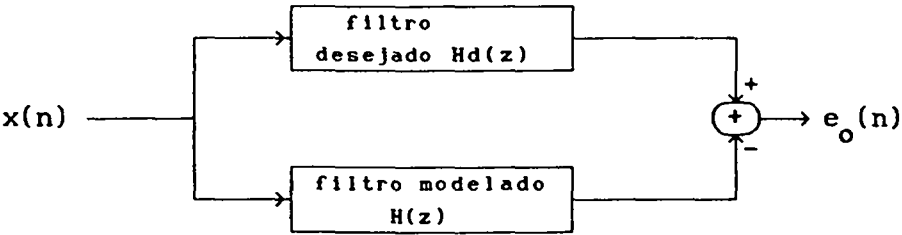


Fig. 3.2- Estrutura Utilizada Para a Comparação das Diferentes Técnicas

Uma avaliação do desempenho em termos de precisão, entre a nova técnica e a técnica da "cauda" [25], utilizando a estrutura da Fig. 3.2, para uma grande variedade de seqüências  $h_d(n)$ , com diferentes ordens para  $H(z)$ , foi criteriosamente realizada. Contrariamente ao novo método proposto, para

alguns exemplos, a técnica da "cauda" [25] apresentou problemas de mal condicionamento do sistema de equações lineares, mesmo para ordens do modelo superiores às necessárias para modelar exatamente a seqüência  $h_d(n)$ .

Como exemplos ilustrativos dos resultados obtidos, são apresentadas as comparações de desempenho para as seguintes seqüências  $h_d(n)$ :

$$h_{d1}(n) = \begin{cases} 3 e^{-0,1n} u(n) + 1 e^{-0,2n} u(n) & , 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , n < 0 \text{ e } n > N-1 \end{cases}$$

$$h_{d2}(n) = \begin{cases} 4 e^{-0,1n} \cdot \cos(0,9n) u(n) & , 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , n < 0 \text{ e } n > N-1 \end{cases}$$

(3.24)

Estas seqüências, para  $N \rightarrow \infty$ , representam as respostas ao impulso de dois sistemas de 2ª ordem, onde  $p_1 = e^{-0,1}$  e  $p_2 = e^{-0,2}$  são os pólos do sistema representado pela seqüência  $h_{d1}(n)$  e,  $p'_{1,2} = 0,56245 \pm j0,70878$  são os pólos do sistema representado pela seqüência  $h_{d2}(n)$ . Ambos os sistemas apresentam somente um zero, sendo  $z_1 = 0.84025$  e  $z'_1 = 0.56245$  os valores destes para os sistemas representados, respectivamente, pelas seqüências  $h_{d1}(n)$  e  $h_{d2}(n)$ . Na Tabela 3.2 são apresentados os resultados obtidos para diferentes ordens do numerador e do denominador de  $H(z)$ . Para a seqüência  $h_{d1}(n)$  a

Tabela 3.2 - Erro Médio Quadrático de Saída

			Magnitude do erro médio quadrático de saída			
			seqüência $h_{d1}(n)$		seqüência $h_{d2}(n)$	
N	ON	OD	técnica da "cauda" [25]	técnica proposta	técnica da "cauda" [25]	técnica proposta
256	1	2	$10^{-21}$	$10^{-21}$	$10^{-21}$	$10^{-21}$
256	2	2	$10^{-21}$	$10^{-21}$	$10^{-21}$	$10^{-21}$
256	3	3	modelo instável	$10^{-21}$	$10^{-21}$	$10^{-21}$
256	4	4	sistema sem solução	$10^{-21}$	modelo instável	$10^{-21}$

técnica da "cauda" fornece, para  $ON=OD=3$ , um modelo instável (um pólo com valor  $-2,72465$ ). Em outro caso ( $ON=OD=4$ ) o sistema de equações não apresenta solução. Também, para a seqüência  $h_{d2}(n)$  a técnica da "cauda" [25] fornece, para ordem 4, um modelo instável (pólos com valores  $-1,13938 \pm j1,10232$ ). Em contrapartida, a técnica aqui proposta, independentemente da ordem do modelo  $H(z)$ , não encontrou nenhuma dificuldade para obter a solução do sistema de equações lineares. Constata-se, então, que para a utilização da técnica da "cauda" [25] é necessário avaliar o grau de condicionamento do sistema de equações. No entanto, a verificação de condicionamento de um sistema de equações exige um esforço computacional que é, geralmente, muito maior do que o necessário para a sua solução [35]. Desta forma, para aplicações onde o esforço computacional é crucial, como, por exemplo, em processamento em tempo real ou na estimação de parâmetros de preditores em processamento de voz, a técnica proposta encontra grande aplicabilidade.

### 3.5 CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste novo método para modelagem de sinais usando filtros ARMA a partir da equação de diferenças (3.6) permitiu a realização de algumas considerações que conduziram, diferentemente das outras técnicas baseadas no "erro do filtro inverso", a um sistema de equações lineares. Como consequência, foi obtida uma considerável redução no esforço computacional necessário para obter a solução do sistema. O método aqui proposto exige aproximadamente  $1/3$  do esforço computacional requerido pelo método apresentado em [25], o qual está baseado na função "erro da equação". Os resultados obtidos na avaliação de desempenho também demonstram uma equivalência de precisão entre a técnica proposta e a técnica apresentada em [25]. Entretanto, os modelos obtidos com a nova técnica sempre são estáveis, o que não ocorre com os obtidos através da técnica apresentada em [25]. Portanto, os resultados ora apresentados fazem deste novo método uma alternativa muito atraente, especialmente, para aplicações onde uma reduzida complexidade computacional é exigida.

## C A P Í T U L O 4

### AVALIAÇÃO DA ESTRUTURA ADAPTÁVEL PROPOSTA APLICADA A UM PROBLEMA DE CANCELAMENTO DE ECOS

#### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é avaliado o desempenho da nova estrutura adaptável quando aplicada a um problema típico de identificação de sistemas: o cancelamento de ecos em transmissão de dados. A técnica de separação de canais por cancelamento de ecos é de grande importância para transmissão de dados, pois através desta é possível realizar a separação entre os canais de transmissão e recepção que operam na mesma banda de frequências. Desta forma, viabiliza-se a operação "full-duplex" a dois fios cuja eficiência em termos de taxa de transmissão é superior quando comparada às técnicas de separação de canais por multiplexação por divisão em frequência (FDM) [19].

Inicialmente, é apresentada uma breve descrição do fenômeno do eco em sistemas de comunicações. Em seguida, são analisados alguns importantes aspectos que devem ser considerados no projeto da estrutura proposta como, por exemplo, a quantidade de coeficientes do filtro FIR. Finalmente, através de simulações computacionais, é apresentada uma avaliação do desempenho da nova estrutura adaptável empregando a técnica de conversão FIR/IIR também proposta. Nesta avaliação é dada especial ênfase à influência dos erros de quantização causados pela implementação digital do sistema.



## 4.2 ECOS EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES

Em sistemas de comunicações, o fenômeno do eco ocorre devido aos acoplamentos não ideais existentes nas híbridas que realizam as conversões de quatro para dois fios [16,19,20,21]. Uma híbrida pode ser representada esquematicamente conforme mostrado na Fig. 4.1.

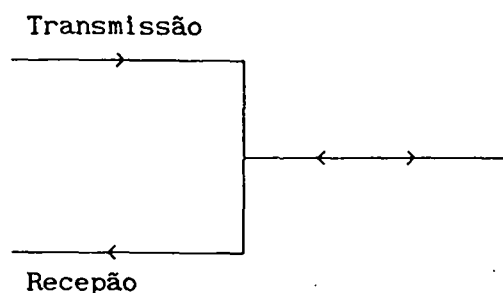


Fig. 4.1- Representação Esquemática de Uma Híbrida

As esquematizações de um canal de transmissão "full-duplex" a dois fios pela rede discada e dos vários tipos e formas de ecos envolvidos neste sistema são apresentados na Fig. 4.2 [16,19,20].

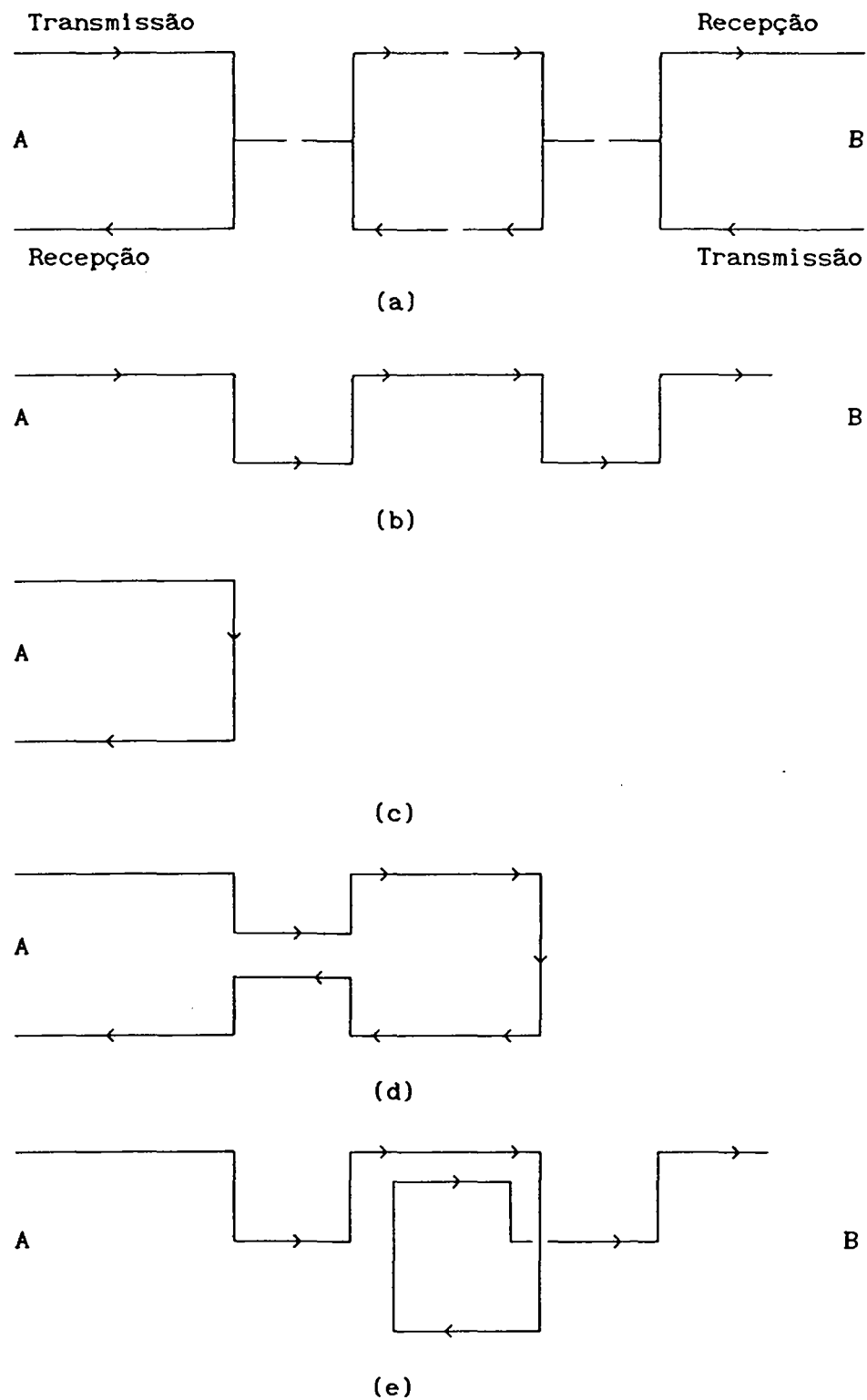


Fig. 4.2 - (a) Esquema de um Sistema de Comunicação ( $A \rightleftarrows B$ );  
 (b) Fluxo Ideal do Sinal ( $A \rightarrow B$ ); (c) Eco Local ( $A \rightarrow A$ )  
 (d) Eco Remoto ( $A \rightarrow A$ ); (e) Eco do Ouvinte ( $A \rightarrow B$ ).

As potências médias dos sinais envolvidos são geralmente medidas em dB. Para um sinal genérico  $w(n)$ , esta é dada por [23]:

$$(P_w)_{dB} = 10 \cdot \log(\epsilon[w^2(n)]), \quad (4.1)$$

onde  $\epsilon[.]$  representa o operador esperança matemática. Em termos de nível de potência média, o eco local é, em geral, o que tem maior influência na degradação da qualidade de transmissão [16]. Para toda esta análise os demais tipos de ecos serão desconsiderados. O sinal transmitido  $x(n)$  será considerado um ruído branco gaussiano, de média zero e variância unitária. Considerando-se como referência o valor de 0 dB para a potência média do sinal transmitido em um típico sistema de comunicação, tem-se os seguintes níveis de potência média para os principais sinais envolvidos no processo: eco local  $d(n)$  com  $(P_d)_{dB} = -10$  e sinal  $r_x(n)$  proveniente do transmissor da outra extremidade do canal com  $(P_{r_x})_{dB} = -45$  [16].

Para que o sinal recebido,  $r_x(n)$ , seja adequadamente reconhecido pelo receptor este deve situar-se 20dB acima do eco residual dado por  $d(n) - \hat{d}(n)$  (onde  $\hat{d}(n)$  é a estimativa gerada pelo filtro IIR conforme a Fig. 2.2). Assim,  $(P_{(d-\hat{d})})_{dB} \leq -65$ dB é desejável [16]. Portanto, o cancelador deve introduzir perdas superiores a 55dB no eco local  $d(n)$ . Na Fig. 4.3 mostra-se uma escala com os níveis dos sinais envolvidos.

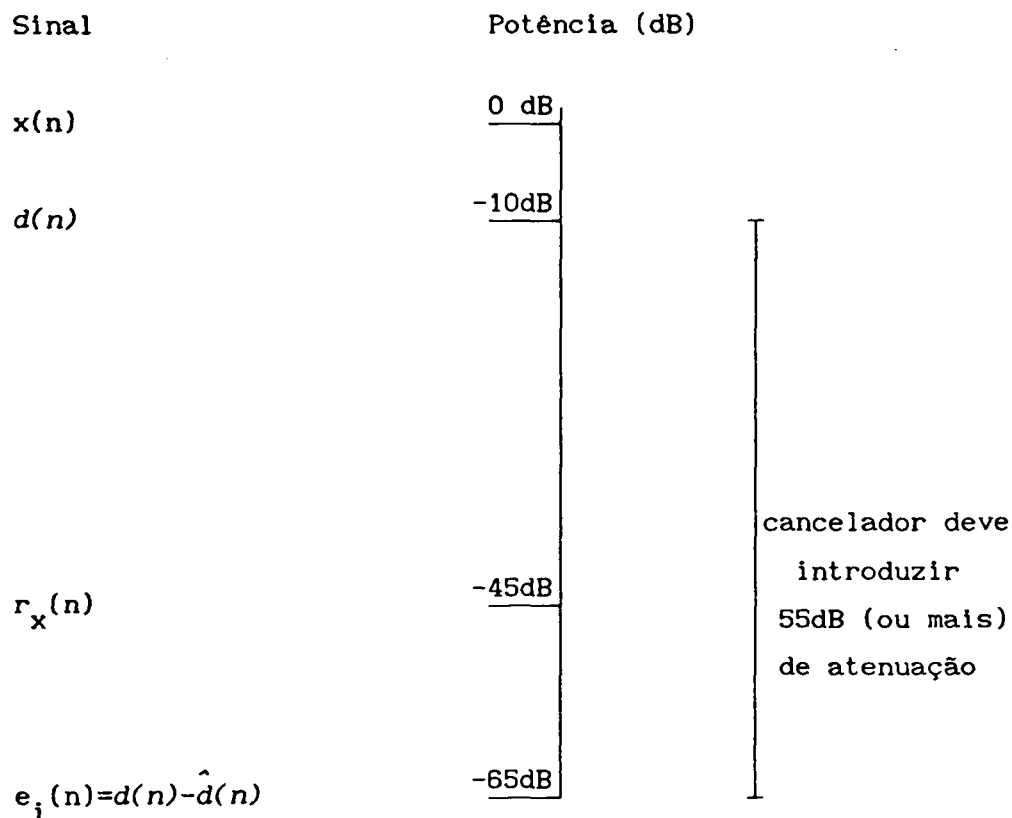


Fig. 4.3- Níveis de Potência Média dos Sinais Envolvidos

A simulação de um sistema cancelador de ecos requer a utilização de um modelo para o canal de eco a ser identificado. A resposta em frequência de um típico caminho de eco local pode ser especificada conforme mostrada na Fig. 4.4 [19]. A banda passante está situada entre 300 e 3400Hz, a banda de transição inferior entre 100 e 300Hz, a banda de transição superior entre 3400 e 4600Hz, e a banda de rejeição está abaixo de 100Hz e acima de 4600Hz. A atenuação mínima na banda de rejeição é de 40dB, e a atenuação máxima na

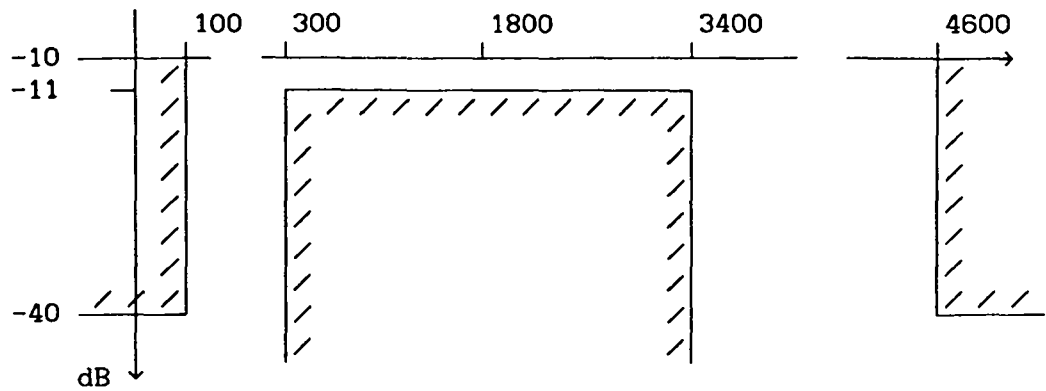


Fig. 4.4-Resposta em Frequência do Caminho do Eco Local

banda passante é de 11dB. Esta especificação pode ser aproximada por um filtro Chebyshev de 6ª ordem, cujos coeficientes são obtidos por [37]. Assim, a função de transferência no domínio 'z', obtida através da transformação bilinear do referido filtro Chebyshev, é a seguinte:

$$EL(z) = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3} + b_4 \cdot z^{-4} + b_5 \cdot z^{-5} + b_6 \cdot z^{-6}}{1 + d_1 \cdot z^{-1} + d_2 \cdot z^{-2} + d_3 \cdot z^{-3} + d_4 \cdot z^{-4} + d_5 \cdot z^{-5} + d_6 \cdot z^{-6}}, \quad (4.2)$$

para,

$$b_0 = 7.38680239657147 \times 10^{-2}$$

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = -2.21604071897144 \times 10^{-1}$$

$$b_3 = 0$$

$$b_4 = 2.21604071897144 \times 10^{-1}$$

$$b_5 = 0$$

$$b_6 = -7.38680239657147 \times 10^{-1}$$

$$d_1 = -1.81149113900000$$

$$d_2 = 8.91213047529201 \times 10^{-1}$$

$$d_3 = -5.55505141097879 \times 10^{-1}$$

$$d_4 = 9.91922139752113 \times 10^{-1}$$

$$d_5 = -5.84735524150929 \times 10^{-1}$$

$$d_6 = 9.87608374944498 \times 10^{-2}$$

Este modelo será utilizado como canal de eco nas simulações a seguir.

#### 4.3- PROJETO DA ESTRUTURA MISTA PROPOSTA

Por simplicidade, a operação da estrutura mista pode ser decomposta nas operações de duas subestruturas mais simples, conforme mostrado nas figuras 4.5 e 4.6. Estas subestruturas representam convenientemente a estrutura proposta durante o período de treinamento (etapa de identificação) e durante o cancelamento de ecos (etapa de filtragem), respectivamente. Na Fig. 4.5 é mostrada a parte da estrutura operando em regime "off-line", a qual é responsável pela identificação da resposta do caminho do eco local (sistema não conhecido) e pela conversão dos coeficientes (FIR/IIR). Nesta figura,  $EL(z)$  representa a função de transferência do caminho do eco local,  $d(m-p)$  é

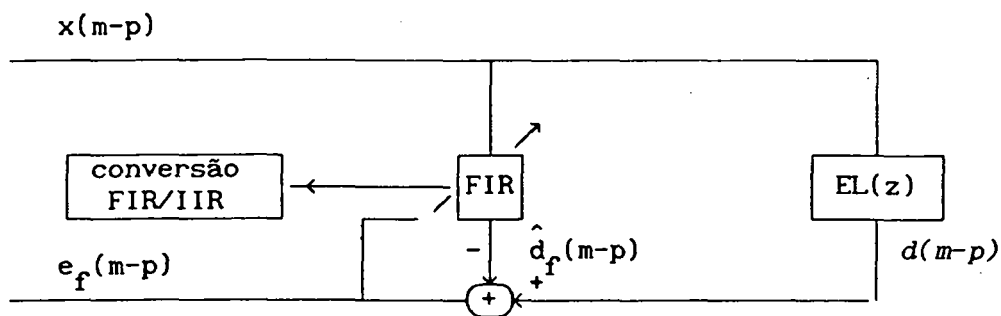


Fig. 4.5- Identificação do Caminho do Eco ("off-line")

o eco local, e  $\hat{d}_f(m-p)$  sua estimativa. Ao final da identificação é desejável que  $\hat{d}_f(m-p)$  aproxime-se o máximo de  $d(m-p)$ , de modo que  $\epsilon[e_f^2(m-p)]$  seja o menor possível. Após a identificação, é realizada a conversão dos coeficientes do filtro FIR para os coeficientes do filtro IIR, de forma a proceder ao cancelamento de ecos em tempo real. A operação de cancelamento de ecos, após o período de treinamento, é realizada pela subestrutura mostrada

na Fig. 4.6. Nesta figura,  $d(n)$  representa o eco local,  $\hat{d}(n)$  representa a correspondente estimativa do eco gerada pelo

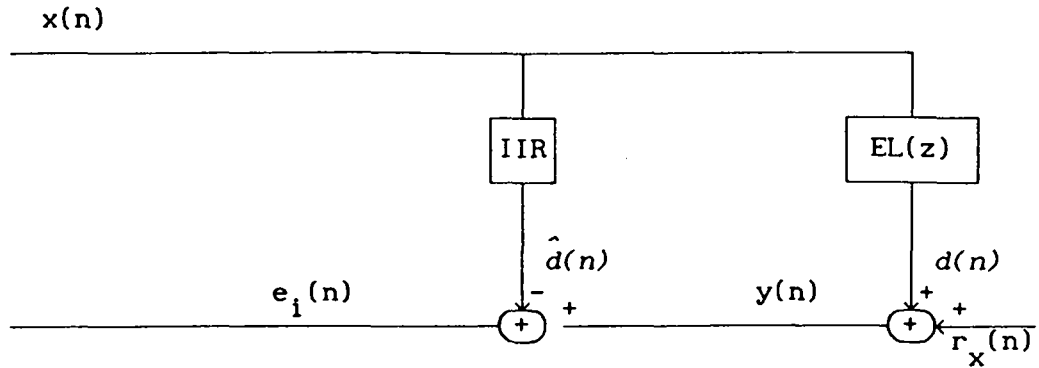


Fig. 4.6- Cancelamento de Ecos em Tempo Real

filtro IIR, e  $r_x(n)$  representa o sinal recebido (durante o período de treinamento  $r_x(n)$  é nulo).

A conversão dos coeficientes deve ser efetuada de forma que o valor de  $\epsilon[e_f^2(m-p)]$ , obtido na estrutura FIR após o período de identificação, seja aproximado da melhor forma possível pelo correspondente valor de  $\epsilon[e_i^2(n)]$ , que é gerado na estrutura IIR. Evidentemente, para esta comparação,  $r_x(n)$  deve ser nulo.

O primeiro passo no projeto da estrutura mista consiste em determinar o número de coeficientes necessários para o filtro FIR. Para tal, uma análise em termos de energia apresenta-se como uma alternativa muito eficiente.

Para o sistema representado pela expressão (4.2) constata-se que praticamente toda a energia referente a sua resposta ao impulso está concentrada nas primeiras 256 amostras. Assim, pode-se presumir que um filtro FIR com 256 coeficientes tem condições de identificar de maneira satisfatória o caminho do eco. Também, conforme exposto no Capítulo 2, é necessário

adquirir os vetores de entrada e saída ( $\underline{x}$  e  $\underline{d}$ ) do sistema a identificar cujo comprimento aqui utilizado é de 750 amostras, aproximadamente 3 vezes o comprimento da resposta ao impulso do filtro FIR. Um outro ponto importante é a determinação do número de iterações necessárias à identificação da função de transferência do caminho do eco. Para isto, deve-se levar também em consideração o processo de conversão FIR/IIR, pois ao final do período de treinamento, tanto a identificação, como a conversão FIR/IIR devem estar concluídas. Supondo-se que o filtro FIR identifique adequadamente a função de transferência do caminho do eco, faz-se necessário também para o filtro IIR que este apresente uma ordem mínima suficiente para representar satisfatoriamente a função de transferência do caminho do eco. Com base nestas considerações foi escolhido para o filtro IIR  $ON=OD=6$ . O tempo despendido para realizar a conversão FIR/IIR para a aplicação pretendida pode ser desprezado quando comparado ao tempo recomendado para o período de treinamento [17]. Isto pode ser verificado através do número de operações de multiplicação necessárias para realizar a conversão FIR/IIR, considerando a técnica de conversão proposta no Capítulo 3. Estas operações requerem, utilizando-se o processador descrito em [38], aproximadamente  $390 \mu s$  para serem executadas, o que pode ser desconsiderado frente a duração do período de treinamento estabelecida em recomendações técnicas [17], que é de aproximadamente 1 segundo. Assim, considera-se que o período de treinamento é utilizado integralmente para a identificação. Desta forma, se for utilizado o processador descrito em [38], o filtro FIR com 256 coeficientes e o algoritmo LMS, é possível realizar aproximadamente 4000 iterações durante este período.



#### 4.4 RESULTADOS OBTIDOS

Através da utilização da estrutura mista proposta, aplicada a um problema de cancelamento de ecos em transmissão de dados, foi realizada, com objetivo de avaliar a operação desta estrutura, diversas simulações. Estas levam em consideração os efeitos introduzidos pela quantização (aritmética em ponto fixo com arredondamento) dos sinais de entrada e saída do caminho do eco, coeficientes dos filtros FIR e IIR e, todas as operações aritméticas envolvidas. Foi utilizada a representação em complemento de dois para a representação dos números negativos.

Os esquemas das figuras 4.7 e 4.8 mostram as duas subestruturas já apresentadas, levando-se em conta agora o efeito da quantização. Todas as operações aritméticas da estrutura mista foram simuladas da mesma forma como

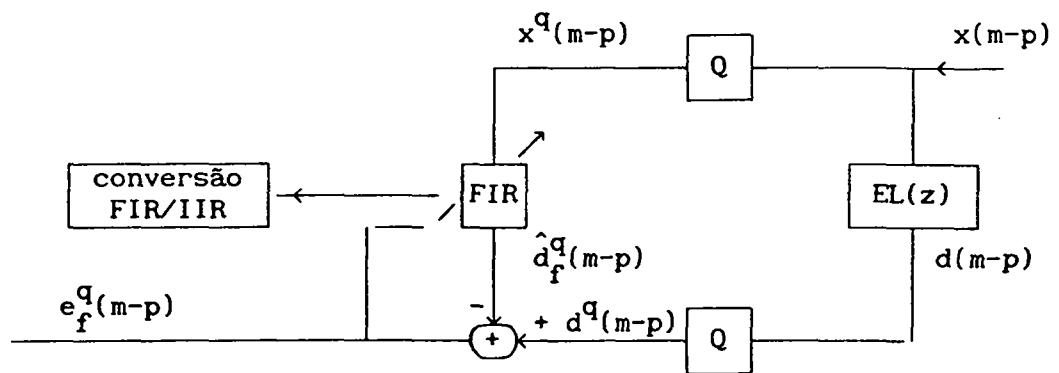


Fig. 4.7- Identificação Quantizada do Caminho do Eco  
(Operação "off-line")

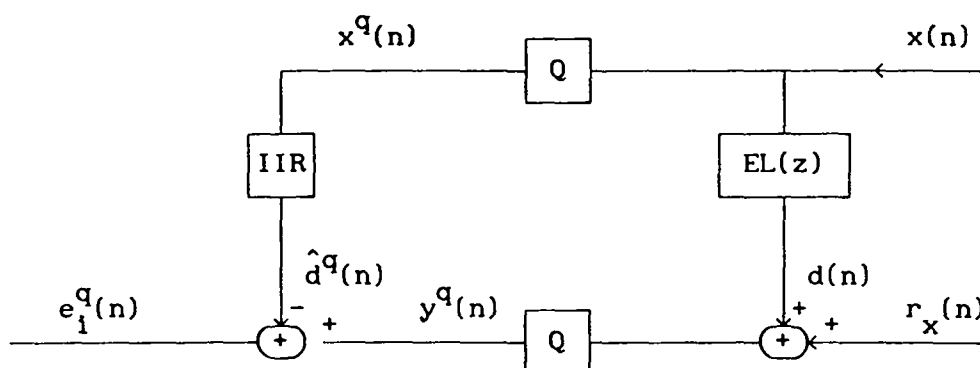


Fig. 4.8- Cancelamento de Ecos em Tempo Real Quantizado

mesma forma como seriam executadas no DSP TMS320C15-25 [38]. É considerado para efeito de simulação, o mesmo número de bits utilizado para representar os coeficientes e os sinais ( $B$  bits). Nestas condições, a implementação da filtragem FIR é realizada somando-se todos os produtos em um acumulador de  $2.B$  bits, e finalmente o valor resultante é arredondado para  $B$  bits.

Os efeitos da quantização foram observados para uma faixa de 16 a 32 bits para a estrutura de identificação mostrada na Fig. 4.7. Na Tabela 4.1 são mostrados os resultados obtidos.

Tabela 4.1 - Erros Médios Quadráticos em Função do Número de Bits

$\epsilon[(e_f^q(m-p))^2]$ (FIR-Fig. 4.7)		$\epsilon[(e_i^q(n))^2]$ $r_x(n)=0$ (IIR-Fig. 4.8)			
		técnica proposta		proposta em [25]	
número de bits(FIR)	valor (dB)	número de bits	valor (dB)	número de bits	valor (dB)
16	-60	16	-33	24	sem solução
17	-66	17	-33	25	sem solução
18	-73	18	-33	26	sem solução
19	-78	19	-35	27	sem solução
20	-83	20	-40	28	sem solução
21	-88	21	-43	29	-40
22	-96	22	-43	30	-43
23	-101	23	-43	31	-43
24	-108	24	-43	32	-51
25	-113	25	-45	33	-54
26	-118	26	-54	34	-65
27	-118	27	-60	35	-73
28	-125	28	-65	36	-73
29	-125	29	-70	37	-75
30	-125	30	-80	38	-93
31	-125	31	-103	39	-93
32	-125	32	-120	40	-100
precisão infinita	-125	precisão infinita	-123	precisão infinita	-123

A Tabela 4.1 ilustra os efeitos dos erros de quantização no processo de identificação. A potência média do erro  $e_f^q(m-p)$  ( $\varepsilon[(e_f^q(m-p))^2]$ ) varia de -60dB (obtida para 16 bits) até -125dB (obtida para precisão infinita). As demais colunas desta, apresentam os resultados obtidos utilizando-se a técnica de conversão aqui proposta e a técnica apresentada em [25]. É mostrado também o número de bits necessários para se realizar a conversão FIR/IIR e o valor de  $\varepsilon[(e_i^q(n))^2]$  para as duas técnicas. A técnica aqui proposta realiza a conversão FIR/IIR com o mesmo número de bits utilizado pelo filtro FIR para realizar a identificação. Por outro lado, a técnica apresentada em [25] necessita de um número de bits maior do que o utilizado para realizar a identificação com o filtro FIR. Observou-se que a técnica apresentada em [25] necessita de BG bits adicionais (bits de guarda), ou seja, BG bits a mais do que o utilizado para realizar a identificação. Além do mais, utilizando-se 16, 17, 18, 19, e 20 bits para realizar a identificação através do filtro FIR, a técnica apresentada em [25] não apresenta solução, mesmo quando é utilizado um número de bits adicionais (bits de guarda) bem maior do que BG. Verificou-se que 8 bits de guarda (BG=8), para a técnica apresentada em [25], é um valor que possibilita a obtenção da solução para os casos apresentados (identificação com 21 a 32 bits), e que um número maior do que este não aumenta a precisão dos resultados. Em contrapartida, um valor menor do que 8 bits compromete a precisão dos resultados e para alguns destes casos a técnica apresentada em [25] não apresenta solução.

Os resultados obtidos mostram claramente a superioridade da nova técnica de conversão em relação a técnica apresentada em [25], pois comparando-as para um mesmo número de bits constata-se (Tabela 4.1) que a técnica proposta apresenta precisão muito superior. Esta comparação é mostrada especificamente pela Tabela 4.2. Verifica-se, também, que para 32 bits a técnica aqui

Tabela 4.2 - Precisão das Técnicas Comparadas em Função do Número de Bits

E[(e <sub>i</sub> <sup>q</sup> (n)) <sup>2</sup> ] [dB] (IIR)		
número de bits	técnica proposta	proposta em [25]
29	-70	-40
30	-80	-43
31	-103	-43
32	-120	-51
precisão infinita	-123	-123

proposta apresenta resultados muito próximos ao obtido com precisão infinita.

De acordo com as exigências da aplicação é necessário que  $(P_{e_i^q})_{dB} \leq -65dB$ , ou  $\epsilon[(e_i^q(n))^2]$  em dB seja  $\leq -65$ . Assim, utilizando-se a técnica de conversão proposta aplicada à estrutura mista, torna-se viável sua utilização, para a referida aplicação, a partir de 28 bits. Por outro lado, empregando-se a técnica de conversão apresentada em [25] a estrutura mista somente torna-se viável a partir de 34 bits. Em função das exigências da aplicação, e dos resultados obtidos fica evidente a necessidade de um processamento em 32 bits.

#### 4.5 CONCLUSÕES

Foram utilizadas, para uma aplicação de cancelamento de ecos, a estrutura mista e a técnica de conversão propostas. Pode-se constatar, através dos resultados, que estas proposições atendem às exigências da aplicação mesmo levando-se em consideração os indesejáveis efeitos introduzidos pelo processo de quantização. A superioridade da técnica de conversão proposta, em relação a técnica apresentada em [25], mostrou-se ainda mais evidente no processo de quantização, pois comparando-as para um mesmo número de bits a técnica proposta apresenta precisão muito superior. Os resultados obtidos nas simulações validam a forma de operação da estrutura mista adaptável conjuntamente com a nova técnica de modelagem proposta.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um estudo e algumas considerações a respeito de estruturas adaptáveis aplicadas à identificação em tempo real de sistemas com respostas ao impulso de longa duração.

Foram analisadas, no Capítulo 1, tanto estruturas adaptáveis utilizando filtros FIR e IIR como também, outros tipos de estruturas propostas na literatura. Observou-se que problemas associados à atualização dos coeficientes, principalmente no que diz respeito ao fator de convergência e estabilidade, podem dificultar sobremaneira o emprego de estruturas adaptáveis IIR. Por outro lado, constata-se que estruturas FIR transversal adaptáveis apresentam características desejáveis principalmente aquelas associadas a atualização dos coeficientes como, por exemplo, o fator de convergência que pode ser feito fixo, a estabilidade que é garantida, entre outras. Entretanto, estas estruturas requerem esforços computacionais que são proporcionais ao número de coeficientes utilizados, assim sendo, seu emprego em tempo real pode ser inviabilizado quando o sistema a identificar apresentar resposta ao impulso de longa duração. Por exemplo, se utilizado para a sua implementação o processador descrito em [38] o número de coeficientes, para uma frequência de amostragem padrão de 8KHz, fica limitado em aproximadamente 128. Estruturas mistas alternativas poderiam ser empregadas para a identificação de sistemas com respostas ao impulso longas. Contudo, as que são propostas na literatura também apresentam alguns inconvenientes, a saber, a não garantia de estabilidade e a não garantia de

convergência do algoritmo de adaptação para o mínimo global da função superfície de desempenho.

Assim, uma nova estrutura adaptável para identificar em tempo real sistemas com respostas ao impulso de longa duração foi proposta. Esta estrutura, denominada *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável*, combina convenientemente as vantagens operacionais inerentes às estruturas FIR e IIR. O filtro FIR, em função de suas características apropriadas foi utilizado para a identificação do sistema não conhecido em regime "off-line". Após a identificação é obtido os coeficientes de um filtro IIR a partir dos coeficientes do filtro FIR de forma a realizar-se em tempo real a operação de filtragem. Esta estrutura é convenientemente adequada a aplicações que fazem uso de um período de treinamento o que é o caso do cancelamento de ecos em transmissão de dados.

A obtenção de um filtro IIR a partir de um filtro FIR é um típico problema de projeto de filtros com especificações no domínio do tempo ("n"). No Capítulo 3, foram mencionadas várias técnicas de projeto de filtros com especificações no domínio do tempo ("n") [23]. Grande parte destas técnicas, particularmente as que possuem uma interpretação física significativa, exigem grande esforço computacional, pois, quase sempre, são iterativas. Uma das técnicas mais empregadas, por requerer um reduzido esforço computacional, é a apresentada em [25]. No entanto, esta técnica exibe algumas características indesejáveis: não permite uma interpretação física significativa, pode apresentar problemas de condicionamento no sistema de equações lineares, levando à obtenção de um filtro IIR instável ou até mesmo, não apresenta solução para o sistema linear. Para contornar tais dificuldades foi proposta uma nova técnica de projetos de filtros com especificações no domínio do tempo ("n") [40]. Esta nova técnica possui interpretação física significativa, complexidade computacional inferior a da técnica apresentada



em [25], garantia de estabilidade do filtro IIR obtido, e para os muitos casos testados, sempre apresentou solução para o sistema de equações lineares obtido.

O desempenho da estrutura adaptável proposta, bem como o da técnica de projeto de filtros, foram avaliados para uma aplicação de cancelamento de ecos em transmissão de dados. Os resultados obtidos, levando-se em consideração os erros introduzidos pela quantização, demonstram de forma muito clara a aplicabilidade da estrutura adaptável proposta como também, a superioridade da nova técnica de modelagem de filtros. O bom desempenho desta técnica consolida, ainda mais, a *Estrutura Mista FIR-IIR Adaptável*, como uma alternativa eficaz a ser utilizada para uma determinada classe de aplicações. A estrutura mista proposta também permite a obtenção de algumas vantagens. Podendo-se citar:

- aumento da precisão, pois o filtro FIR operando em regime "off-line" pode admitir um maior número de coeficientes e/ou maior quantidade de bits em sua representação, o que permite a identificação do sistema não conhecido com melhor precisão;

- não interrupção da transmissão, se desejado, quando os erros na transmissão ultrapassar os níveis limites estabelecidos;

Com a experiência adquirida no desenvolvimento deste trabalho, surgiram algumas idéias que poderão fazer parte de futuras investigações. Pode-se enumerar:

- realizar um estudo com o objetivo de encontrar os melhores métodos para solução de sistemas de equações lineares levando-se em consideração os efeitos da quantização e a forma particular da matriz do sistema linear. Abordar, neste estudo, especialmente os aspectos relativos à precisão e complexidade computacional.

- realizar um estudo visando-se a determinar a melhor forma para se configurar a operação da estrutura mista proposta para aplicações que não possuam um período inicial de treinamento, como por exemplo, transmissão de voz.

- realizar um estudo mais detalhado a respeito da influência do comprimento dos vetores de entrada e saída do sistema a identificar, utilizados para a operação de adaptação "off-line" do filtro FIR da estrutura mista.

- estudar e otimizar o comportamento do sistema para  $r_x(n)$  não nulo.

BIBLIOGRAFIAS REFERENCIADAS

- [1] WIDROW, B. & STEARNS, S. Adaptive Signal Processing. New-Jersey, Prentice-Hall, 1985. 474p.
  
- [2] NAYERI, M. & JENKINS, W. K. Alternate Realizations to Adaptive IIR Filters and Properties of Their Performance Surfaces. IEEE Transactions on Circuits and Systems, E.U.A, 36(4):485-496, Abr. 1989.
  
- [3] WIDROW, B.; GLOVER, J. R.; MCCOOL, J. M.; KAUNITZ, J.; WILLIAMS, C. S.; HEARN, R.H.; ZEIDLER, J. R.; DONG, E. & GOODLIN, R. C. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications. Proceedings of the IEEE, 63:1692-1716, Dez.1975.
  
- [4] MUELLER, K. H. A New Digital Echo Canceller for Two-Wire Full-Duplex Data Transmission. IEEE Transactions on Communications, E.U.A., 24(9):956-962, Set. 1976.
  
- [5] LONG, G.; SHWED, D. & FALCONER, D. D. Study of a Pole-Zero Adaptive Echo Canceller. IEEE Transactions on Circuits and Systems, E.U.A., 34(7):765-769, Jul. 1987.
  
- [6] SHYNK, J. J. Adaptive IIR Filtering. IEEE ASSP Magazine, p. 4-21, Abr. 1989.

- [7] STEARNS, S. D. Error Surfaces of Recursive Adaptive Filters. IEEE Transactions on Circuits and Systems, E.U.A., 28(6):603-606, Jun. 1981.
  
- [8] SÖDERSTRÖM, T. On the Uniqueness of Maximum Likelihood Identification. Automatica, E.U.A., 11(2):193-197, Mar. 1975.
  
- [9] SÖDERSTRÖM, T. & STOICA, P. Some Properties of the Output Error Method. Automatica, E.U.A., 18(1):93-99, Jan. 1982.
  
- [10] NAYERI, M. A Weaker Sufficient Condition for the Unimodality of Error Surfaces Associated With Exactly Matching Adaptive IIR Filters. Proceedings 22nd Asilomar Conference Signals, Signals and Computers, Pacific Grove, California, Nov. 1988.
  
- [11] STEIGLITZ, K. & McBRIDE, L. E. A Technique for the Identification of Linear Systems. IEEE Transactions Automatic Control, E.U.A., 10:461-464, Out. 1965.
  
- [12] MIKHAEL, W. B., WU F. H. & KAZOVSKY L. G. Generation of Optimum Adaptive Filtering Algorithms With Applications. IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, Anais...Montreal, IEEE, 1984, p. 498-502.
  
- [13] FAN, H. & JENKINS, W. K. A New Adaptive IIR Filter. IEEE Transactions on Circuits and Systems, E.U.A., 33(10):939-947, Out. 1986.

- [14] CHEN, W. Y. An All Pole IIR Echo Canceller. IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, Anais...New Orleans-Louisiana, IEEE, 1990, p. 1947-1950.
  
- [15] GUIDOUX, L. & PEUCH, B. Binary Passband Echo Canceller in a 4800 bit/s Two-Wire Duplex Modem. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, E.U.A., 2:711-721, Set. 1984.
  
- [16] MESSERSCHMITT, D. G. Echo Cancellation in Speech and Data Transmission. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, E.U.A., 2(2):283-297, Mar. 1984.
  
- [17] INTERNATIONAL TELEGRAPH AND TELEPHONE CONSULATIVE COMMITTEE. Recommendation V.32 A Family of 2-Wire, Duplex Modems Operating at Data Signalling Rates of up to 9600 Bits/s for Use on the General Switched Telephone Network and on Leased Telephone-Type Circuits. Malaga-Torremolinos, CCITT, 1984, p. 221-238.
  
- [18] DINIZ, P. S. R. & COUSSEAU J. E. Optimal Convergence Factor for Gauss-Newton Algorithms and its Application to an Adaptive parallel Realization. INTERNATIONAL TELECOMMUNICATIONS SYMPOSIUM, Rio de Janeiro, 1990. Anais...Rio de Janeiro, SBT/IEEE, 1990. p. 420-424, Set. 1990.
  
- [19] WERNER, J. J. An Echo-Cancellation-Based 4800 Bits/s Full-Duplex DDD Modem. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, E.U.A., 2(5):722-730, Set. 1984.

- [20] WITTKE, P. H.; PENSTONE, S. R. & KEIGHTLEY, R, J. Measurements of Echo Parameters Pertinent to High-Speed Full-Duplex Data Transmission on Telephone Circuits. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, E.U.A., 2(5):703-710, Set. 1984.
- [21] WEINSTEIN, S. B. A Passband Data-Driven Echo Canceller for Full-Duplex Transmission on Two-Wire Circuits. IEEE Transactions on Communications, E.U.A., 25(7):654-66, Jul. 1977.
- [22] OPPENHEIM, A. V. & SCHAEFER, R. W. Discrete-Time Signal Processing. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1989, 879p.
- [23] JACKSON, L. B. Digital Filters and Signal Processing. Boston, Kluwer Academic Plubishers, 1989. 410p.
- [24] ROBERTS, R. A. & MULLIS, C. T. Digital Signal Processing. Addison-Wesley, Reading, MA, 1987.
- [25] BURRUS, C. S. & PARKS, T. W. Time Domain Design of Recursive Digital Filters. IEEE Transactions Audio Electroacoustics, E.U.A., 18:137-141, Jun. 1970.
- [26] STEIGLITZ, k. On the Simultaneous Estimation of Poles and Zeros in Speech Analysis. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signals Processing, E.U.A., 25:229-234, Jun. 1977.

- [27] JACKSON, L. B. Simple, Effective MA and ARMA Techniques. IEEE Proceedings International Conference Acoustics, Speech, and Signal Processing, p. 1426-1429, Abr. 1983.
  
- [28] JUDELL, N. H. Maximum Likelihood Parameter Estimation for Signals with Rational Spectra. M. S. Thesis, Univ. R. I., 1983.
  
- [29] KUMARESAN, R.; AGRAWAL, B. P. & SRIDHAR, M. R. An Optimum Whitening Filter for Spectrum Analysis. IEEE Proceedings International Conference Acoustics, Speech, and Signal Processing Spectrum Est. Workshop II, p. 245-246, Nov. 1983.
  
- [30] DURBIN, J. Efficient Estimation of Parameters in Moving-Average Models, E.U.A., Biometrika, 46:306-316, 1959.
  
- [31] GUEGUEN, C. & MATHEIU, M. Contribution des Zéros à la Modélisation du Signal de Parole. GALF, Nancy-France, 2:101-108, 1976.
  
- [32] EVANS, A. G. & FISCHL, R. Optimal Least Squares Time-Domain Synthesis of Recursive Digital Filters. IEEE Transactions Audio Electroacoustics, E.U.A., 21:61-65, Fev. 1973.
  
- [33] KUMARESAN, R.; SCHARF, L. L. & SHAW, A. K. An Algorithm for Pole-Zero Modeling and Spectrum Analysis. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, E.U.A., 34:637-640, Jun. 1986.

- [34] JACKSON, L. B. et alii. AR, ARMA, and AR-in-Noise Modeling by Fitting Windowed Correlation Data. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing, 37:1608-1612, Oct. 1989.
- [35] ALBRECHT, P. Análise Numérica: um curso moderno. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1973, 240p.
- [36] HORWATH, S. A New Adaptive Recursive LMS Filter. Digital Signal Processing, New York, Academic Press, 1980, 292p.
- [37] PEREZ, F. L. & SEARA, R. PAIIR- Um Programa Para o Projeto e Análise de Filtros IIR - Laboratório de Instrumentação Eletrônica-LINSE-UFSC- Florianópolis, 1990.
- [38] TEXAS INSTRUMENTS. Digital Signal Processor Products- First-Generation TMS320 User's Guide. EUA, Texas, 1984.
- [39] OPPENHEIM, A. V. & SCHAFER, R. W. Digital Signal Processing. New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1975. 585p.
- [40] BAÚ, N.; SEARA, R. & BERMUDEZ, J. C. M. Design of IIR Digital Filters from Time-Domain Specifications. IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS. Singapore, 1991. Anais...Singapore, IEEE, 1991, p. 2443-446.